

אלו קדריה
 17 המצבות
 חורבנות בקר א' מרת בתקוות
 אברהם הקטן
 בקר ד' מרת המצבות

$$F: A \times A \rightarrow A$$

(2) $(abc) = a(bc)$
 $ab = a$
 $a \in G \quad \forall a \in G$
 $\exists b' \in G \quad b'b = e$

$b''b' = e$
 $b''b' = e$
 $b''b' = e$

$$bb' = ebb' = b''b'bb' = b''eb' = b''b' = e$$

$$ae = aa'a = ea = a$$

$$e = e'e = e$$

$$a = ae = acb = eb = b$$

$$x^1 = x$$

$$x^0 = 1$$

$$x^n = x^{n-1} \cdot x$$

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$(x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

מספרים
 נכנסים
 פתרון
 נכנסים
 פתרון

$$a, b \in G \quad ab = ba$$

מקרה:

הקבוצה G היא קבוצת המספרים הממשיים
 תחת פעולת הכפל

$$x \cdot y = y \cdot x$$

הקבוצה H היא קבוצת המספרים הממשיים
 תחת פעולת הכפל

$$\theta(xy) = \theta(x)\theta(y)$$

מספרים	מספרים	מספרים	מספרים	מספרים	מספרים
מספרים	מספרים	מספרים	מספרים	מספרים	מספרים
מספרים	מספרים	מספרים	מספרים	מספרים	מספרים
מספרים	מספרים	מספרים	מספרים	מספרים	מספרים
מספרים	מספרים	מספרים	מספרים	מספרים	מספרים

הקבוצה $GL(n, F)$ היא קבוצת המטריצות
 הפיכות על F

הקבוצה $SL(n, F)$ היא קבוצת המטריצות
 הפיכות על F עם דטרמיננטה 1

הקבוצה S_n היא קבוצת המטריצות
 הפיכות על F עם דטרמיננטה 1

כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (1)
 כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (2)
 כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (3)

כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (4)
 כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (5)
 כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (6)

$$x \in g_1 H \cap g_2 H$$

$\Downarrow$

$$x = g_1 h_1 = g_2 h_2, h_1, h_2 \in H$$

$$g_1 H \ni g_1 h_3 = g_1 h_1 h_1^{-1} h_3 = g_2 h_2 h_1^{-1} h_3 \in g_2 H$$

$\Downarrow$

$$g_1 H \subseteq g_2 H$$

כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (7)
 כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (8)
 כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (9)

כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (10)
 כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (11)
 כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (12)

כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (13)
 כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (14)
 כלומר: $\forall g \in G, \forall h \in H, gh = hg$ (15)

$$R \subseteq G$$

- ①
- ②
- ③

$$\forall g \in G, \exists r \in R, g \in rH$$

$$G = \bigcup_{r \in R} rH$$

כלומר: $\forall g \in G, \exists r \in R, g \in rH$

$|H| = |H| \cdot |H|$ $h \in H \quad h \mapsto rH \quad r \in R$
 $H_1 = H_2 \iff r^{-1}H_1 = r^{-1}H_2 \iff rH_1 = rH_2$

$|G| = |R| |H|$ H, R $\leq$ G $\implies$ $|G| = |R| |H|$

$R \rightarrow G$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$

$|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$

$|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$

$|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$

$|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$

$|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$

$|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$

$|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$ $\implies$ $|G| = |R| |H|$

$\langle X \rangle = \{ \sum_{k=1}^n x_k \mid x_k \in X, n \in \mathbb{N} \}$

$X \leq G : X \neq \emptyset$
 $X < G : X \neq G$

יה g איזר L תקורה G היסוד הגדול הקטן ביותר
 שגורו $g^n = 1$ קרא היסוד g איז לא קיי n
 $order = 730$
 $ord(g) = \min \{ n \in \mathbb{N} \mid g^n = 1 \}$

למטה: יה g איזר סופי n
 $g^n = 1$
 $\langle g \rangle = \{ g^i \mid 0 \leq i < n \}$
 $|\langle g \rangle| = ord(g) = n$
 $ord(g^k) = \frac{n}{gcd(k, n)}$

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤
- ⑥
- ⑦

$(g^k)^{n/d} = (g^n)^{k/d} = 1$

יה $l \in \mathbb{N}$ $1 \leq l \leq n$

$(g^k)^l = 1 \Rightarrow g^{kl} = 1 \Rightarrow n \mid kl \Rightarrow \frac{n}{d} \mid \frac{k}{d}l \Rightarrow \frac{n}{d} \mid l$

$\langle g^k \rangle = \langle g \rangle \Leftrightarrow gcd(k, n) = 1$
 $|\langle g^k \rangle| = |\{ h \in G \mid \langle h \rangle = \langle g \rangle \}| = |\{ 1 \leq x \leq n-1 \mid gcd(x, n) = 1 \}|$

למטה: יה g איזר L תקורה G היסוד הגדול הקטן ביותר
 שגורו $g^n = 1$ קרא היסוד g איז לא קיי n
 $order = 730$
 $ord(g) = \min \{ n \in \mathbb{N} \mid g^n = 1 \}$

$\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$ המספרים $\mathbb{Z}$ הממלאים
 הוכחה: נניח $0 \neq h \in H \Leftrightarrow \pm h \in H$

יהי n מספר טבעי
 $H = n\mathbb{Z}$ תת-קבוצה של $\mathbb{Z}$
 $h = qn + r$, $0 \leq r < n$
 אם $r \neq 0$ אז $h \notin H$ כי h אינו מתחלק ב- n
 אם $r = 0$ אז $h \in H$ כי h מתחלק ב- n

נניח $g \in G$ אז $g^n \in H$ כי H היא תת-קבוצה של G
 $\langle g \rangle = \{g^k : k \in \mathbb{Z}\}$

$n = 0 \pmod k$
 $|\langle g \rangle| = \frac{n}{k}$

$\frac{|G|}{|H|} = d \in H \leq G$

נניח $H = \langle g^n \rangle$ ו- $g^m \in H$ אז $m = kn$ ל- $k \in \mathbb{Z}$
 כלומר $m \equiv 0 \pmod n$
 נניח $d = \frac{|G|}{|H|}$ אז $d \in H$ כי H היא תת-קבוצה של G
 ו- d מתחלק ב- n כי $d = \frac{|G|}{|H|} = \frac{n}{k}$

נניח $\theta: G \rightarrow G$ מומומורפיזם
 $\theta(xy) = \theta(x)\theta(y)$ ו- $\theta(1) = 1$
 נניח $\theta(1) = 1$ כי $\theta(1) = \theta(1 \cdot 1) = \theta(1)\theta(1)$

תרגיל סלקציה 1

23/20

① יה $X \in A$ מרכז

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \Sigma) \quad X' \in A \text{ (1)}$$

$\therefore \text{SIC } X^{n-1} \in A \text{ SIC } \tilde{a}$

$T \subseteq A$ $\forall n \in \mathbb{N}$ $X^i = X^j$ ($i < j$) $\forall n, p \in \mathbb{N}$ $i, j \in \mathbb{N}$ $\forall n, p$ (7)

0.2/0 A1

$$1 = x^{i-i} = x^{j-i} \in T \quad \text{s/c} \quad x^i = x^j, i < j, i, j \in \mathbb{N} \quad \text{q/c } (2)$$

אופן A מנתה את איקר התיזה

[illegible]

X : אורח / נוסע $x \in X$ e.i. $\gamma = x^{j-i} = x$ סל

$$1 = x x^{j-i-1} = x x^{-1} x^{j-i-1} \in I \subseteq A \quad \text{s/c } i+1 \neq j \quad \text{g/c } 1 \nmid 38$$

אז הריבוע $\times 5$ e.

⑦ אם הניח, $(2, 3) \in A$ היא מתקווה G

(2) J גמר קדקח P ה' 23. N ח H/J

נדרהר יקל/ציה ק ה' נ'צ' ה' ח/ח

התקדש $R = \{q \in Q, p \in P\}$ $\sim$ Q/P $\sim$ P/Q

הנחה 6/7

$$gh = g \quad \forall h \in H, \quad g \in G \setminus H \quad \text{g/c } \textcircled{C}$$

מהגדרת $q \in H$ ולכן קימים $p \in P$ ו- $j \in J$ כך

$p_j = h \cdot e$ $p = h \cdot e$ $p = h \cdot e$ $p = h \cdot e$

$$r = qp \in R \quad \text{w/ } q \in R \quad g = qh = q(pj) = (qp)j = rj$$

כְּלוּמָהּ, כִּי אֵלֶּה הֵם שֶׁיֵּשׁ לָהֶם שֵׁר וְלֹא לְאַחֵרֵי הַשָּׁרִיף

R7 1(3w) 223.ve J A 1(nets)

$$SK \quad p_1, p_2 \in P \mid q_1, q_2 \in Q \quad 9/K \quad (7)$$

$$q_1 p_1 = q_2 p_2 \Rightarrow q_1 = q_2, p_1 = p_2$$

① נניח $\varphi = g_1 H \cap g_2 H$ שכן $g_1 \neq g_2$ נניח
 נבחר H שיהיה H שיהיה H שיהיה H
 ו $P_1 \in H$ ו $P_2 \in H$ ו $P_1 \neq P_2$
 . $g_1 = g_2$ ו $g_1 P_1 \neq g_2 P_2$

$$g_1 P_1 = g_2 P_2 = g_1 P_2$$

$\Downarrow$

$$g_1^{-1} g_1 P_1 = g_1^{-1} g_2 P_2$$

$\Downarrow$

$$P_1 = P_2$$

כחומר, אם $P_1 = P_2$ אז $P_1 = P_2$

נניח $r \in R$ ו $r \in R$

אז $(P, r) \in PXQ$

$$|R| = |PXQ| = |P|/|Q| = (G:H)(H:J)$$

וכן $r = gP$

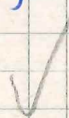
וכן $r = gP$

וכן $r = gP$

וכן

$$(G:J) = (G:H)(H:J)$$

נניח



④ נניח $g^2 = b$ $g \in G$ $b \in G$ $b^2 = b \cdot b = b$ $b^2 = b \cdot b = b$

$$\Downarrow$$

$$b^{-1} b \cdot b = b^{-1} b$$

$\Downarrow$

$$b = 1$$

$$g^2 = g \cdot g = b = 1$$

$\Downarrow$

$$g^{-1} g g = g^{-1}$$

$\Downarrow$

$$g = g^{-1}$$

② לכל $x, y \in G$ מתקיים:

① לכל x

② לכל y

$$(xy)^{-1} = xy^{-1} = x^{-1}y = yx^{-1}$$

ולכן $xy = yx$

⑤ ⑩ כיוון מאוסף G נניח $A \subseteq B$ $B = A \cup B$ $B = A \cup B$ $B = A \cup B$ $B = A \cup B$

⑦ כיוון ש: ההוכחה דומה: נניח $A \cup B$ $A \cup B$ $A \cup B$

ש $A \subseteq B$ $A \subseteq B$ $A \subseteq B$ $A \subseteq B$ $A \subseteq B$ $A \subseteq B$

כל: ההוכחה קלה $a \in A$ $a \in A$ $a \in A$ $a \in A$ $a \in A$ $a \in A$

מתקיים $a \in A \cup B$ $a \in A \cup B$ $a \in A \cup B$ $a \in A \cup B$ $a \in A \cup B$ $a \in A \cup B$

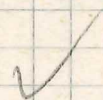
ולכן $ab \in A \cup B$ $ab \in A \cup B$ $ab \in A \cup B$ $ab \in A \cup B$ $ab \in A \cup B$ $ab \in A \cup B$

נניח $ab \in A$ $ab \in A$ $ab \in A$ $ab \in A$ $ab \in A$ $ab \in A$

לכן $b \in A$ $b \in A$ $b \in A$ $b \in A$ $b \in A$ $b \in A$

ולכן $ab \in B$ $ab \in B$ $ab \in B$ $ab \in B$ $ab \in B$ $ab \in B$

כלומר, $ab \vdash a$ וכן $a \vdash b$ $\Rightarrow$ $a \equiv b$
 $\vdash$ $A \equiv B$ $\Leftrightarrow$ $A \vdash B$ וכן $B \vdash A$



$$(ab)^{(a:(a>)(a:(b>))} = a^{(a:(a>)(a:(b>))} b^{(a:(a>)(a:(b>))} =$$

$$= (a^{(a:(a>))} b^{(a:(b>))})^{(a:(a>))} = 1^{(a:(b>))} 1^{(a:(a>))} = 1 \cdot 1 = 1$$

$\langle ab \rangle \subseteq \langle a, b \rangle$ proof $(ab)^n = a^n b^n \in \langle a, b \rangle$ (2)
 $(a:(a>))$ is in the group of (2)
 $0 \leq n < (a:(a>))$ for all $(a:(b>))$ if it
 is in the group $0 \leq n < (a:(b>))$

$$m = r \bmod (a:(a>))$$

$$n = r \bmod (a:(b>))$$

$$r = m + n$$

$$a^m b^n = a^r b^r = (ab)^r \in \langle ab \rangle$$

$\langle ab \rangle \supseteq \langle a, b \rangle$ proof
 Let $\langle a, b \rangle = \langle ab \rangle$ if it (2) (3) (2) (3)

הקדמה: $\mathbb{Z}$ הוא חבורה אבלית
 (10) $\mathbb{Z}$ הוא חבורה אבלית

$$\forall \{a_n\} \in G$$

$$\forall n \ a_n < n$$

(10)

(11)

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i < \infty$$

לכל $A, B \in G$ מתקיים

$$\forall n \ (AB)_n = A_n + B_n \pmod n$$

הקדמה: $\mathbb{Z}$ הוא חבורה אבלית
 (11) $\mathbb{Z}$ הוא חבורה אבלית

$$\sum_{i=1}^{\infty} A_i < \infty \quad A \in G$$

כך נראה $k > n$ מתקיים

$$A_k = 0$$

כך

$$A^{n!} = \{A_{i \cdot n!} \pmod i\}_{i \in \mathbb{N}} = \{0\}_{i \in \mathbb{N}} = 1$$

הקדמה: $\mathbb{Z}$ הוא חבורה אבלית
 (12) $\mathbb{Z}$ הוא חבורה אבלית

$$A_{i \cdot n} = \delta_{i \cdot n}$$

הקדמה: $\mathbb{Z}$ הוא חבורה אבלית
 (13) $\mathbb{Z}$ הוא חבורה אבלית

הפונקציה $f: N \rightarrow \{F\}$ שקרה

• A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C

$$A \otimes [A(i)]^2 = [A(i) \wedge A(i)] \vee [A(i) \wedge A(i)] = F \vee F = F$$

קל גם לראות שהתקורה היא אנטיסמיתית ולכן שאר התקורה ~~ה~~ הנצושת

פתיקורה מן הנצחית

12) א. חקירת כל האלקטרות
א. חקירת ההרכבה

א. מסלול → הרפדה.

חקה

$$a(x) = 1/x, \quad b(x) = 2/x$$

$$a \circ a = 1 \quad (a \circ a)(x) = a(a(x)) = a\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x = 1 \text{ mod } 2$$

$$b \circ b = 1 \quad (b \circ b)(x) = b(b(x)) = b\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x = 1$$

ANSWER

$$(a \circ b)(x) = a\left(\frac{1}{b(x)}\right) = \frac{1}{\frac{1}{2x}} = \frac{1}{2}x$$

ע קלן 'סיו'ק כא $\frac{1}{2}x$ הו גסוה

$$\left(\frac{1}{2}x\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n x \neq x-1$$

770 פסוק 778

73QW

15) בת התקדורת

$$\begin{array}{r} 15 \\ 1 \overline{) 15} \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

2. המקור נכון

[illegible]

0	1	2
1	1	2

: 3 730 N

$$3^{-1} = 2 \text{ g/c, } \text{und, } 2^{-1} = 2 \text{ ①: } \sqrt{1 \cdot 1782 \text{ g/c}} \text{ und}$$

$$3^{-1} = 3 \text{ mod } (23)$$

5/10 2.3 = 2 9/10 1/2

$$1 = 2 \cdot 2 = 2 \cdot (2 \cdot 3) = (2 \cdot 2) \cdot 3 = 1 \cdot 3 = 3$$

$2^{-1} \neq 2$ pdl $2.3 \neq 3$ dprv $1.2 \neq 1$ M $2.3 \neq 2$ pdl

$z=1$ sic $z \cdot z = 2$ gic $z^2 = 2$ $(z^{-1} = 3)$ ②

$\therefore 3 \cdot 3 = 2 \text{ dipole}$ $1/1 \times 1/1$ $2 \cdot 2 = 3$

• 1	2	3
1	1	2
2	2	3
3	3	1

הם המדורים מבנה : מתוך שיקולים צומי :

.	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

e	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	2	1
4	4	3	1	2

13, 28, 41, 54, 67, 80, 93, 106, 119, 132, 145, 158, 171, 184, 197, 210, 223, 236, 249, 262, 275, 288, 301, 314, 327, 340, 353, 366, 379, 392, 405, 418, 431, 444, 457, 470, 483, 496, 509, 522, 535, 548, 561, 574, 587, 600, 613, 626, 639, 652, 665, 678, 691, 704, 717, 730, 743, 756, 769, 782, 795, 808, 821, 834, 847, 860, 873, 886, 899, 912, 925, 938, 951, 964, 977, 990, 1003, 1016, 1029, 1042, 1055, 1068, 1081, 1094, 1107, 1120, 1133, 1146, 1159, 1172, 1185, 1198, 1211, 1224, 1237, 1250, 1263, 1276, 1289, 1302, 1315, 1328, 1341, 1354, 1367, 1380, 1393, 1406, 1419, 1432, 1445, 1458, 1471, 1484, 1497, 1510, 1523, 1536, 1549, 1562, 1575, 1588, 1601, 1614, 1627, 1640, 1653, 1666, 1679, 1692, 1705, 1718, 1731, 1744, 1757, 1770, 1783, 1796, 1809, 1822, 1835, 1848, 1861, 1874, 1887, 1900, 1913, 1926, 1939, 1952, 1965, 1978, 1991, 2004, 2017, 2030, 2043, 2056, 2069, 2082, 2095, 2108, 2121, 2134, 2147, 2160, 2173, 2186, 2199, 2212, 2225, 2238, 2251, 2264, 2277, 2290, 2303, 2316, 2329, 2342, 2355, 2368, 2381, 2394, 2407, 2420, 2433, 2446, 2459, 2472, 2485, 2498, 2511, 2524, 2537, 2550, 2563, 2576, 2589, 2602, 2615, 2628, 2641, 2654, 2667, 2680, 2693, 2706, 2719, 2732, 2745, 2758, 2771, 2784, 2797, 2810, 2823, 2836, 2849, 2862, 2875, 2888, 2901, 2914, 2927, 2940, 2953, 2966, 2979, 2992, 3005, 3018, 3031, 3044, 3057, 3070, 3083, 3096, 3109, 3122, 3135, 3148, 3161, 3174, 3187, 3200, 3213, 3226, 3239, 3252, 3265, 3278, 3291, 3304, 3317, 3330, 3343, 3356, 3369, 3382, 3395, 3408, 3421, 3434, 3447, 3460, 3473, 3486, 3499, 3512, 3525, 3538, 3551, 3564, 3577, 3590, 3603, 3616, 3629, 3642, 3655, 3668, 3681, 3694, 3707, 3720, 3733, 3746, 3759, 3772, 3785, 3798, 3811, 3824, 3837, 3850, 3863, 3876, 3889, 3902, 3915, 3928, 3941, 3954, 3967, 3980, 3993, 4006, 4019, 4032, 4045, 4058, 4071, 4084, 4097, 4110, 4123, 4136, 4149, 4162, 4175, 4188, 4201, 4214, 4227, 4240, 4253, 4266, 4279, 4292, 4305, 4318, 4331, 4344, 4357, 4370, 4383, 4396, 4409, 4422, 4435, 4448, 4461, 4474, 4487, 4500, 4513, 4526, 4539, 4552, 4565, 4578, 4591, 4604, 4617, 4630, 4643, 4656, 4669, 4682, 4695, 4708, 4721, 4734, 4747, 4760, 4773, 4786, 4799, 4812, 4825, 4838, 4851, 4864, 4877, 4890, 4903, 4916, 4929, 4942, 4955, 4968, 4981, 4994, 5007, 5020, 5033, 5046, 5059, 5072, 5085, 5098, 5111, 5124, 5137, 5150, 5163, 5176, 5189, 5202, 5215, 5228, 5241, 5254, 5267, 5280, 5293, 5306, 5319, 5332, 5345, 5358, 5371, 5384, 5397, 5410, 5423, 5436, 5449, 5462, 5475, 5488, 5501, 5514, 5527, 5540, 5553, 5566, 5579, 5592, 5605, 5618, 5631, 5644, 5657, 5670, 5683, 5696, 5709, 5722, 5735, 5748, 5761, 5774, 5787, 5800, 5813, 5826, 5839, 5852, 5865, 5878, 5891, 5904, 5917, 5930, 5943, 5956, 5969, 5982, 5995, 6008, 6021, 6034, 6047, 6060, 6073, 6086, 6099, 6112, 6125, 6138, 6151, 6164, 6177, 6190, 6203, 6216, 6229, 6242, 6255, 6268, 6281, 6294, 6307, 6320, 6333, 6346, 6359, 6372, 6385, 6398, 6411, 6424, 6437, 6450, 6463, 6476, 6489, 6502, 6515, 6528, 6541, 6554, 6567, 6580, 6593, 6606, 6619, 6632, 6645, 6658, 6671, 6684, 6697, 6710, 6723, 6736, 6749, 6762, 6775, 6788, 6801, 6814, 6827, 6840, 6853, 6866, 6879, 6892, 6905, 6918, 6931, 6944, 6957, 6970, 6983, 6996, 7009, 7022, 7035, 7048, 7061, 7074, 7087, 7100, 7113, 7126, 7139, 7152, 7165, 7178, 7191, 7204, 7217, 7230, 7243, 7256, 7269, 7282, 7295, 7308, 7321, 7334, 7347, 7360, 7373, 7386, 7399, 7412, 7425, 7438, 7451, 7464, 7477, 7490, 7503, 7516, 7529, 7542, 7555, 7568, 7581, 7594, 7607, 7620, 7633, 7646, 7659, 7672, 7685, 7698, 7711, 7724, 7737, 7750, 7763, 7776, 7789, 7802, 7815, 7828, 7841, 7854, 7867, 7880, 7893, 7906, 7919, 7932, 7945, 7958, 7971, 7984, 7997, 8010, 8023, 8036, 8049, 8062, 8075, 8088, 8101, 8114, 8127, 8140, 8153, 8166, 8179, 8192, 8205, 8218, 8231, 8244, 8257, 8270, 8283, 8296, 8309, 8322, 8335, 8348, 8361, 8374, 8387, 8400, 8413, 8426, 8439, 8452, 8465, 8478, 8491, 8504, 8517, 8530, 8543, 8556, 8569, 8582, 8595, 8608, 8621, 8634, 8647, 8660, 8673, 8686, 8699, 8712, 8725, 8738, 8751, 8764, 8777, 8790, 8803, 8816, 8829, 8842, 8855, 8868, 8881, 8894, 8907, 8920, 8933, 8946, 8959, 8972, 8985, 8998, 9011, 9024, 9037, 9050

במהירות מספר 5:

·	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	3	4	5	1
3	3	4	5	1	2
4	4	5	1	2	3
5	5	1	2	3	4

חדורה מספר 5 = 6 - מספר = חלופה:

·	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	1	4	3	6	5
3	3	5	1	6	2	4
4	4	6	2	5	1	3
5	5	3	6	1	4	2
6	6	4	5	2	3	1



·	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	1	4	3	6	5
3	3	5	1	6	2	4
4	4	6	2	5	1	3
5	5	3	6	1	4	2
6	6	4	5	2	3	1

·	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	1	4	3	6	5
3	3	5	1	6	2	4
4	4	6	2	5	1	3
5	5	3	6	1	4	2
6	6	4	5	2	3	1

·	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	1	4	3	6	5
3	3	5	1	6	2	4
4	4	6	2	5	1	3
5	5	3	6	1	4	2
6	6	4	5	2	3	1

הוכחה $\theta(x^{-1}) = (\theta(x))^{-1}$: ראו

$$1 = \theta(x \cdot x^{-1}) = \theta(x) \theta(x^{-1})$$

$$\theta(x^{-1}) = (\theta(x))^{-1}$$

הוכחה θ היא האוטומורפיזם של $\text{Aut } G$

$\alpha, \beta \in \text{Aut } G$ ש/כ $\alpha, \beta \in \text{Aut } G$ ו/כ

ראו $(\text{Aut } G, \circ)$ חבורה

הוכחה נניח $x \in G$ נניח

$$\theta_x: G \rightarrow G$$

ראו $\theta_x(g) = x^{-1}gx$

ראו θ_x היא אוטומורפיזם חבורה

$$\theta_x(gh) =$$

$$\theta_x(gh) = x^{-1}ghx = x^{-1}gx x^{-1}hx = \theta_x(g) \theta_x(h)$$

$$\theta_x(g) = \theta_x(h)$$

$\Downarrow$

$$x^{-1}gx = x^{-1}hx$$

$\Downarrow$

$$g = h$$

$$\theta_x(xgx^{-1}) = x^{-1}xgx^{-1}x = g$$

$g \in G$ לכל g

x נבחר g

$$g^x = x^{-1}gx$$

$$g^x y = (g^x)^y$$

$$(gh)^x = g^x h^x$$

$$(g^{-1})^x = (g^x)^{-1}$$

$$Z = \langle \varphi(1) \rangle \text{ s.t. } \varphi \in \text{Aut } Z \text{ s.t. } \langle 1 \rangle = Z$$

מסקנה

$$\varphi(1) = \pm 1$$

$$|\text{Aut } Z| = 2$$

$$\text{לכן } x \mapsto x^{-1}$$

מסקנה: φ הוא תחליף של φ על Z

מסקנה האוטומורפיזמים של Z

$$\forall x \in G, N = N^x \quad \text{אם } x \in G \text{ ו- } A \subseteq G \text{ אז } A^x = \{a^x \mid a \in A\}$$

מסקנה: $N < G$ אם N אינו תת-קבוצה נורמלית של G

$$\forall n \in N, \exists k \in G \text{ s.t. } SL(n, k) \triangleleft GL(n, k)$$

לפי המשפט של קארל ווייברג

$$\forall g \in G, n \in N \implies n^g \in N$$

$$\forall g \in G, n \in N \implies n^g \in N$$

$$N = \langle n^g \mid g \in G \rangle$$

$$n = (n^{g^{-1}})^g \in N$$

$$Z(G) = \{n \in G \mid \forall g \in G, ng = gn\} = \{n \in G \mid \forall g \in G, n = n^g\}$$

$$g_1 \in H, g_2 \in H \implies g_1 g_2 = g_2 g_1$$

$$H < G$$

הערה: ① ← ③ נכון

$$gh = g_2 g_2^{-1} gh = g_2 h' h = g_2 h'' \in g_2 H$$

$$g_2 h = g_1 g_1^{-1} g_2 h = g_1 (g_2^{-1} g_1)^{-1} h = g_1 h' h = g_1 h'' \in g_1 H$$

AN

שאלה: $N \nabla G$ $\perp$ S/C $\perp$ Γ

$$(gN)(hN) = (gh)N$$

מש צירף את התמונה הבאה

$(G/N) \quad a/N \quad \text{גבול} \quad \text{רצה} \quad (H) \quad \text{חקנורה} \quad \text{תקראות}$

מקורו של המונח

הנחת $g_1 N = g_2 N$ וכן $h_1 N = h_2 N$ אז $g_1 h_1 N = g_2 h_2 N$

$$g_1 N = g_2 N \Rightarrow g_2^{-1} g_1 \in N$$

$$F(A_2^{1/2} B_2^{-1/2} A_1 A_2)$$

$$h_1 N = h_2 N \Rightarrow h_2^{-1} h_1 \in N$$

$$(\varphi_2 h_2)^{-1} \varphi_1 h_1 = h_2^{-1} \varphi_2^{-1} \varphi_1 h_1 = (\varphi_2^{-1} \varphi_1)^{h_2} (h_2^{-1} h_1) = n_1^{h_2} n_2 = n_3 \in N$$

11.10.18

$$g_1 h_1 N = g_2 h_2 N$$

סה e N/A מקורה אריות

$\{N_i\}_{i \in I}$ משפחה של מרחבי וקטור
 $N = \bigcap_{i \in I} N_i$ היא תת-מרחב וקטורי

IND

$$N \triangleleft G, A \leq G \Rightarrow AN = NA = \langle A \cup N \rangle \leq G$$

פונקציה: $\textcircled{AN}$ קדורית: $a_1, a_2 \in A$ $n_1, n_2 \in \mathbb{N}$

$$a_1 \wedge a_2 \wedge z = a_1 \wedge a_2 \wedge z = a_1 \wedge a_2 \wedge z \quad \textcircled{1}$$

$$a_1 a_2 a_2^{-1} n_1 a_2 n_2 = a_1 a_2 n' n_2 = a' n'' \in AN$$

$$AN = \langle AN \rangle \quad \text{⑦}$$

$$A, N \leq AN \Rightarrow \langle AN \rangle \leq AN$$

$$AN \leq \langle AN \rangle \quad \text{⑧}$$

$$NA = \langle AN \rangle \quad \text{⑨}$$

$$\langle AN \rangle = H, \theta$$

$$H \rightarrow H \quad \text{⑩}$$

$$\theta(1) = 1 \quad \text{⑪}$$

$$\forall g \in G \quad \theta(g^{-1}) = (\theta(g))^{-1} \quad \text{⑫}$$

$$\theta(g) \leq H \quad \text{⑬}$$

$$\forall A \leq G \quad \theta(A) \leq H \quad \text{⑭}$$

$$\forall B \leq H \quad \theta^{-1}(B) \leq G \quad \text{⑮}$$

$$\theta(gg^{-1}) = \theta(1) = 1$$

$$\theta(1) = \theta(11) = \theta(1)\theta(1) \Rightarrow \theta(1) = 1$$

$$1 = \theta(1) = \theta(gg^{-1}) = \theta(g)\theta(g^{-1}) = \theta(g)\theta(g)^{-1} \Rightarrow \text{⑯}$$

$$B \ni \theta(g_1), \theta(g_2), \theta(g) \quad \theta^{-1}(B) \ni g_1, g_2, g \quad \text{⑰}$$

$$\theta(g_1g_2) = \theta(g_1)\theta(g_2) \in B$$

$$g_1g_2 \in \theta^{-1}(B)$$

$$\theta^{-1}(g^{-1}) = [\theta(g)]^{-1} \in B$$

$$g^{-1} \in \theta^{-1}(B)$$

$$1 \in \theta^{-1}(B) \quad \text{⑱}$$

המרחב המודולרי (המרחב) θ : $G \rightarrow G/K$ (המרחב) $K \trianglelefteq G$

$$\pi: G \rightarrow G/K$$

המרחב

המרחב

① יהי $\theta: G \rightarrow H$ הומומורפיזם
 $\theta(k) = 1_H$
 $\theta: H/K \rightarrow H$
 $\theta \circ \pi = \theta$

$$\ker \theta = K = \{g \in G \mid \theta(g) = 1\}$$

② יהי $G/K \cong H$ $\theta: G \rightarrow H$ הומומורפיזם
 $\theta(g) = 1_H$ $\Leftrightarrow g \in K$
 $\theta(gK) = \theta(g)$

$$\pi(a)\pi(b) = \pi(ab)$$

$$\pi(ab) = (ab)K = (aK)(bK) = \pi(a)\pi(b)$$

③ יהי $\theta: G \rightarrow H$ הומומורפיזם

$$\theta(g_1 g_2) = \theta(g_1) \theta(g_2) = 1 \cdot 1 = 1$$

$$\theta(g^{-1}) = (\theta(g))^{-1} = 1^{-1} = 1$$

④ יהי $\theta: G \rightarrow H$ הומומורפיזם

$$\theta(k^g) = \theta(g^{-1}kg) = \theta(g)^{-1} \theta(k) \theta(g) = 1 \cdot \theta(k) = \theta(k)$$

⑤ יהי $\theta: G \rightarrow H$ הומומורפיזם

$$\forall g \in G \quad \theta(\pi(g)) = \theta(g)$$

$$\theta(gk) = \theta(g) \theta(k) = \theta(g) \cdot 1 = \theta(g)$$

⑥ יהי $\theta: G \rightarrow H$ הומומורפיזם

$$\theta(g_1^{-1}g_2) = 1 \quad \theta(g_2) = \theta(g_1) \theta(g_1^{-1}g_2) = \theta(g_1) \cdot 1 = \theta(g_1)$$

$$\theta(g_2) = \theta(g_1) \quad 1 = \theta(g_2)^{-1} \theta(g_1) = \theta(g_1)^{-1} \theta(g_1) = 1$$

$$\theta(g_1 k_1) \theta(g_2 k_2) = \theta(g_1 g_2 k_1 k_2) = \theta(g_1 g_2) = \theta(g_1) \theta(g_2) = \theta(g_1 k_1) \theta(g_2 k_2)$$

⑦

$$\theta(gk) = \theta(g) = h$$
$$\begin{aligned} \theta(g_1 k) &= \theta(g_2 k) \Rightarrow \theta(g_1) = \theta(g_2) \Rightarrow \theta(g_2^{-1} g_1) = \theta(g_2)^{-1} \theta(g_1) = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow g_2^{-1} g_1 \in K \Rightarrow g_1 k = g_2 k \end{aligned}$$
$$N \rightarrow \text{right} \rightarrow K \rightarrow \text{right} \rightarrow g^k$$
$$\ker \theta = K \cap K\mathbb{Z} = \mathbb{Z}$$

(F) Men de n -dun $L(n, F) = GL(n, F) / SL(n, F) : \text{RWS}$

תוצאה: בתורה: $\text{Aut}(G)$ איז

$$(\theta_1 \circ \theta_2)(f) = \theta_2(\theta_1(a))$$

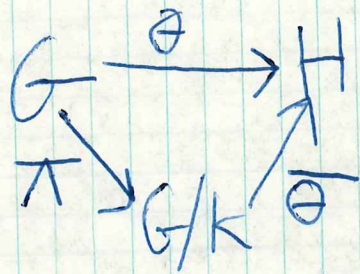
נקד א/מ תת-החזרה המוגדרת ע"י האולקאורפסמו
הכמות "I" (ג) החזקה (חזקה) קר (א) או (ג)
הן ~~החזקה~~ א/מ א/מ רפצ פי היא זה הצורה
והיא החזקה רפצ פי על

$$g_i(a_1 a_2) = g_i(a_1) i(a_2)$$



$$y^{\text{var}} = (y^{\text{ar}})^{\text{ar}}$$

משפט האיזומורפיזם הרגולרי:



θ נכון θ איזומורפיזם ΔG θ איזומורפיזם
 π קרן K π קרן θ איזומורפיזם

$$\theta(K) = \{1\}$$

(1) θ איז איזומורפיזם

$$\ker(\theta) = K$$

וכן θ איזומורפיזם θ איזומורפיזם
 θ איזומורפיזם θ איזומורפיזם

$$G/K \cong H$$

$$\text{ker } i = \{e\} = Z(G)$$

$$G/Z(G) \cong \text{Inn}(G)$$

המשפט השלישי: $N \trianglelefteq G$ $\Leftrightarrow N \trianglelefteq G/N$ (1)

דבר זה מתקבל מכך שהתמונה של N ב- G/N היא $\{e\}$

$$\bar{A} = A/N \leq G/N$$

ההתמונה של A ב- G/N היא $\bar{A}$

כל התמונה של N ב- G/N היא $\{e\}$

כל התמונה של N ב- G/N היא $\{e\}$

$$\bar{G} = G/N$$

$$A_1 \leq A_2 \Rightarrow \bar{A}_1 \leq \bar{A}_2$$

$$\overline{\bigcap_{i \in I} A_i} = \bigcap_{i \in I} \bar{A}_i$$

$$M \trianglelefteq N \text{ ו- } M \leq N \Leftrightarrow M, N \trianglelefteq G \quad (2)$$

$$N/M \trianglelefteq G/M$$

$$(G/M)/(N/M) \cong G/N$$

הוכחה: $\alpha \in G \Rightarrow \alpha \in N$ (3)

$$N \trianglelefteq A$$

$$\pi: G \rightarrow G/N \text{ ו- } A = \pi^{-1}(B) \text{ ו- } B \leq G/N$$

התמונה של A ב- G/N היא B

$$A = \{g \in G \mid gN \in B\}$$

$$B \geq 1 = \pi^{-1}(N) \Leftrightarrow A \geq N$$

$$\bar{A} = \pi(A) = \pi(\pi^{-1}(B)) = B$$

$$\text{Fr } A \rightarrow \bar{A}$$

$$\{aN \mid a \in A_1\} = \{aN \mid a \in A_2\} \text{ ו- } \bar{A}_1 = \bar{A}_2 \quad (3)$$

$A_1 \subset A_2$ פ"ר $a \in A_2$ פ"ר $a = a \cdot 1 \in A \cap N = A_2$
 וההפך נכון $A_1 = A_2$ פ"ר $A_1 \supset A_2$ פ"ר $A_1 \subset A_2$

$A_1 \leq A_2 \Rightarrow \pi(A_1) \leq \pi(A_2) \Rightarrow \overline{A_1} \leq \overline{A_2}$

$\forall i \in I, \overline{\bigcap_{i \in I} A_i} \leq \overline{A_i}$ פ"ר $\forall i \in I, \bigcap_{i \in I} \overline{A_i} \leq \overline{A_i}$

$\overline{\bigcap_{i \in I} A_i} \leq \bigcap_{i \in I} \overline{A_i}$ פ"ר

$\forall i, a \in \overline{A_i} \Rightarrow a \in \bigcap_{i \in I} \overline{A_i}$

$\forall a \in \bigcap_{i \in I} A_i$ פ"ר $\forall i \in I, a \in A_i$

$\overline{\bigcap_{i \in I} A_i} \supset \bigcap_{i \in I} \overline{A_i}$ פ"ר $a \in \overline{\bigcap_{i \in I} A_i}$

הפ"ר נכון

N/M פ"ר $N \leq M$

$\pi: G \rightarrow G/N$ ההעתקה הקנונית
 $\pi(M) = \{gN \mid g \in M\}$

$\pi: G/M \rightarrow G/N$ ההעתקה הקנונית

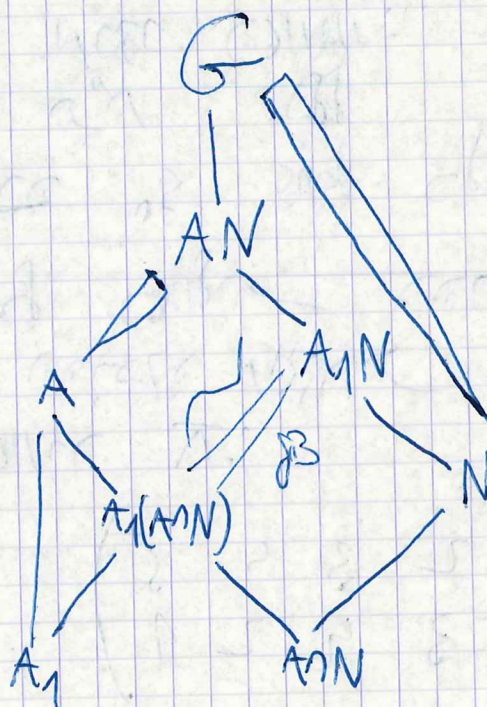
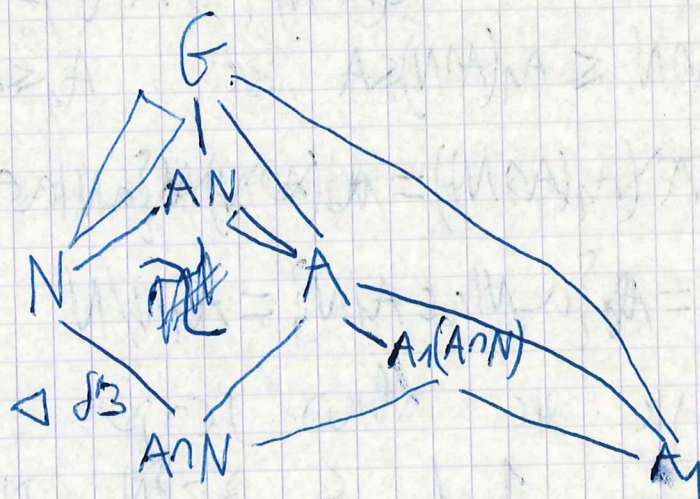
$gM \mapsto \pi(g) = gN$
 $\pi: G/M \rightarrow G/N$

$\ker \pi = \{gM \mid gN = N\} = \{gM \mid g \in N\} =$
 $= N/M$

הפ"ר נכון

$N/M \leq G/M$

1. $A \leq G$ | NAG | yes | $is a / misto$ | $born$
 2. $A/A \rightarrow A/N$ | $is a / misto$ | 8 | $A \rightarrow A$ | $is a$
 3. $A_1 \leq G$ | $is a / misto$ | 8 | $is a / misto$ | $is a$
 4. $A_1(A/N)/A \rightarrow A/N$ | $is a / misto$ | 8 | $is a / misto$ | $is a$
 5. $A_1 N/N$ | $is a / misto$ | 8 | $is a / misto$ | $is a$



המכתב ① נשלח דרך ד"ר ירון ירון

$$\pi(A) = \{a_N \mid a \in A\} = \{a_N \mid a \in A_N\}$$

[illegible]

הצגה π של Γ
 $\ker \pi = \{a \in A \mid aN = N\} = \{a \in A \mid a \in N\} = A \cap N$
 אם I הוא האידיאל $A \cap N$ של A וקיים $\theta: A/A \cap N \rightarrow AN/N$ המוגדר כך

$$a(A \cap N) \mapsto \pi^{-1}(a) = aN$$

זהו תהי $A_1 \leq A$ אז $A_1(A \cap N) \leq A \cap N$ וקיים

$$\begin{aligned} \pi^{-1}(A_1(A \cap N)) &= A_1(A \cap N) \cap \{aN \mid a \in A_1(A \cap N)\} = \{aN \mid a \in A_1(A \cap N)N\} \\ &= \{aN \mid a \in A_1N\} = A_1N/N \end{aligned}$$

הצגה מקורה S תהא בעלת סף אין סוף

תהא נורמליות מתקן S / 1
 בעצמה: מקורה מספר ראשוני הנה בעלת סף
 אין סוף תהא קבוע

המחלקה הצורה S אולם כל התחלות של $\{1, 2, 3, \dots\}$

הנה S על בעלת ההרכבה היא קורה
 בעלת ההרכבה מוגדרת מידות
 ה מוגדרת

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \pi^1 & \pi^2 & \pi^3 & \pi^4 & \pi^5 \end{pmatrix}$$

בעלת ההרכבה

$$(i)^{\pi \circ \tau} = (i^\pi)^\tau$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$sg(\pi) = -sg(\tau\pi)$ למה?

$\pi \in S_n$ אם π הוא איבר ב- S_n אז $\tau\pi$ הוא איבר ב- S_n
 τ הוא איבר ב- S_n אם π הוא איבר ב- S_n אז $\tau\pi$ הוא איבר ב- S_n
 $sg: S_n \rightarrow \{\pm 1\}^*$ אם π הוא איבר ב- S_n אז $sg(\pi)$ הוא איבר ב- $\{\pm 1\}^*$

$A = \{\pi \mid sg \pi = 1\}$ אם $\pi \in A$ אז $sg \pi = 1$
 A_n תת-קבוצה של A אם $\pi \in A_n$ אז $sg \pi = 1$
 $A_n \trianglelefteq S_n$ אם $\pi \in A_n$ אז $sg \pi = 1$

$S_n/A_n \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$

$sg \pi = (-1)^{n-1}$ אם π הוא איבר ב- S_n אז $sg(\pi)$ הוא איבר ב- $\{\pm 1\}^*$
 $sg \pi = (-1)^{n-1}$ אם π הוא איבר ב- S_n אז $sg(\pi)$ הוא איבר ב- $\{\pm 1\}^*$
 (כאשר n הוא מספר זוגי) אם π הוא איבר ב- S_n אז $sg(\pi)$ הוא איבר ב- $\{\pm 1\}^*$
 (כאשר n הוא מספר אי-זוגי) אם π הוא איבר ב- S_n אז $sg(\pi)$ הוא איבר ב- $\{\pm 1\}^*$

$(12)(12) = (123)(321)$ אם $\pi \in S_n$ אז $sg(\pi)$ הוא איבר ב- $\{\pm 1\}^*$

$(12)(13) = (123)$

$(12)(34) = (123)(123)$

$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \xrightarrow{\pi} (\pi(a_1), \pi(a_2), \pi(a_3), \dots, \pi(a_n))$ אם $\pi \in S_n$ אז $sg(\pi)$ הוא איבר ב- $\{\pm 1\}^*$

$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)^T = (\pi(a_1), \pi(a_2), \pi(a_3), \dots, \pi(a_n))$ אם $\pi \in S_n$ אז $sg(\pi)$ הוא איבר ב- $\{\pm 1\}^*$
 (הסקה) אם $\pi \in S_n$ אז $sg(\pi)$ הוא איבר ב- $\{\pm 1\}^*$

A_n אם $\pi \in A_n$ אז $sg(\pi) = 1$
 N אם $\pi \in N$ אז $sg(\pi) = 1$
 $N \trianglelefteq A_n$ אם $\pi \in N$ אז $sg(\pi) = 1$
 $N \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ אם $\pi \in N$ אז $sg(\pi) = 1$

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \dots & n \\ i & j & k & l & m & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$(123) \in A_n$ כשר $\tau \in A_n \rightarrow$ הזוגות בלתי זרים

כ $N \leq A_n$ זמן כל תמונה מאורק 3 מ/כ

$N = A_n$ זמן $N < A_n$ זמן $N > A_n$ זמן

כשר N זמן N זמן N זמן N זמן

תמונה זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן

$$\tau = (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ a_1 \dots a_s) \chi$$

זמן $(1 \ 2 \ 3 \dots a_s)$ זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן

$$\tau^{-1} \tau \lambda \in N \text{ זמן } \lambda \neq (123) \in A_n \text{ זמן}$$

זמן

$$\tau^{-1} \tau \lambda = \tau^{-1} \lambda^{-1} \tau \lambda = (\lambda^{-1})^\tau \lambda = (321)^\tau (123) = (432)(123) =$$

$$(124) \in N$$

כשר $N = A_n$ זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן

כשר $N \in A_n$ זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן

זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן

$$\tau = (123) \chi$$

זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן

$$\tau^2 = (123) \chi (123) \chi = (123)^2 \chi^2 = (123)^2 = (132) \in N$$

$$A_n = N \text{ זמן}$$

כשר $N \in A_n$ זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן

זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן זמן

$$\tau = (123)(456) \chi$$

זמן

$\tau \tau^\rho = (123)(456) \chi (123)^\rho (456)^\rho \chi^\rho = (123)(456) \chi (124)(36) \chi$
 $= (123)(456) \chi (124)(536) \chi^2 = (14326) \chi^2 \in N$

סבן $A_n = N$ ב הוא מניל חסוק ≤ 4
 סבן קטן הפקדון הכללי יש $\tau \in N$ מתחברת
 סבן סבן סבן סבן סבן

$\tau = (12)(34)(56)(78) \chi$

סבן χ הוא מניל A_n חסוק ≤ 4

$\beta = (23)(45)(67)(89) \chi$

$\tau \tau^\beta \in N$

סבן

$\tau \tau^\beta = (12)(34)(56)(78) \chi (13)(25)(46)(78) \chi = (154)(236) \chi$
 $A_n = N$

סבן
 סבן A_5 חסוק ≤ 4 וכן $|A_5| = 60$ סבן חסוק
 סבן חסוק חסוק חסוק חסוק

סבן חסוק חסוק חסוק חסוק

סבן חסוק חסוק חסוק חסוק
 סבן חסוק חסוק חסוק חסוק

$\chi^1 = \chi$
 $(\chi^1)^1 = \chi^1$

סבן חסוק חסוק חסוק חסוק

סבן חסוק חסוק חסוק חסוק

סבן חסוק חסוק חסוק חסוק

$$N \triangleleft A_n \Rightarrow N = A_n$$

הוכחה

נניח $N \triangleleft A_n$ שיהיה $N \neq A_n$.
 נבחר $\tau = (1, 2, 3) \in N$ קודם 3
 נבחר $\sigma = (i, j, k) \in A_n$ קודם 3

~~$\tau \sigma = (1, 2, 3)(i, j, k)$~~

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \dots & n \\ i & j & k & l & m & 6 & & n \end{pmatrix}$$

קודם $\tau \in A_n$ ו $\sigma \in N$ כי $\pi \in N$

$$\pi \tau = (i, j, k)$$

ולכן N מכילה את כל התחבורות מאותו סוג.
 נניח $N \neq A_n$ ולכן $N = A_m$ עבור $m < n$.
 נבחר $\tau = (1, 2, 3) \in N$ ו $\sigma = (i, j, k) \in A_n$ קודם 3 .

$$\pi = (1, 2, 3, 4, 5, \dots, n)$$

כל $\sigma \in N$ הוא תחבורה של סוג 3 .
 $\tau = (1, 2, 3) \in A_n$ קודם 3 .

$$\pi^{-1} \pi \tau = \pi^{-1} \tau^{-1} \pi \tau = (\tau^{-1}) \pi \tau = (3, 2, 1) \pi \tau = (4, 3, 2)(1, 2, 3) = (1, 2, 3)$$

ולכן N מכילה תחבורות של סוג 3 ולכן $N = A_n$.
 נניח $N \neq A_n$ ונבחר $\tau = (1, 2, 3) \in N$ קודם 3 .
 נבחר $\sigma = (i, j, k) \in A_n$ קודם 3 .
 נבחר $\pi = (1, 2, 3, 4, 5, \dots, n)$ קודם 3 .

$$\pi = (1, 2, 3)$$

$$\pi^2 = (123) \sigma (123) \sigma = (123)(123) \sigma^2 = (132)$$

ולכן N מכילה תיטלן מאורך 3 ולכן $N = A_3$
 בעת שיתן N יש מתאורה שלקביות
 לתיטלן צביו יש שיתן תיטלן מאורך 3
 דהיינו

$$\pi = (123)(456) \sigma$$

כל σ מכילה תיטלן צביו דהיינו
 $(123)(456) \sigma$ אינו מסתם $(345) = \sigma$ אלא
 $\pi \pi^{\sigma} \in N$

$$\pi \pi^{\sigma} = (123)(456) \sigma (543)(123)(456) \sigma^{\sigma} =$$

$$= \sigma^2 (14326)(5)$$

ולכן N מכילה תיטלן מאורך 5 ולכן $N = A_5$
 צביו של תיטלן מאורך 5, ולכן $N = A_5$
 בתיטלן זה האפשרות שכל תיטלן
 N הוא מכילה תיטלן צביו
 דהיינו $\pi \in N$

$$\pi = (12)(34)(56) \sigma$$

כל σ מכילה תיטלן צביו
 וצביו σ^{σ} אינו מסתם $(12)(34)(56) \sigma$ אלא
 $\pi \pi^{\sigma} \in N$

$$\pi \pi^{\sigma} = (12)(34)(56) \sigma (23)(45)(12)(34)(56) \sigma^{\sigma} =$$

$$= \sigma^2 (154)(236) = (154)(236)$$

ולכן $N = A_5$ מכיל תיטלן צביו
 ולכן $N = A_5$
 דהיינו

$g \mapsto Tg$ 'ਤੇ $f: G \rightarrow S(X)$ ਪ੍ਰਤਿ $r \in R$ $\rightarrow r \in$

הנה החומר של כל התיק של
 חת"ר ואמר לו ש
 לאן את X דמיון של
 אתה (החומר של
 החומר של
 החומר של

[illegible]

$$X/g \in \mathcal{C} \quad X^{gdef} = X/g$$

המשפט הראשון: $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \geq \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)^2$

צור (Taylor) זהו הקורה של פונקציה
היא פונקציה של x ושל n .

פונקציה $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ $(x, y) \mapsto (x, y)$ $f(x, y) = (x, y)$
 שני מימדיות

$$F: Y \rightarrow X$$

$\vartheta: H \rightarrow G$ $\vartheta: H \rightarrow G$

$\gamma/c \quad (x/c) \quad \gamma/c \quad (y/c) \quad \gamma/c \quad (z/c)$
 $\gamma/c \quad (x/c) \quad \gamma/c \quad (y/c) \quad \gamma/c \quad (z/c)$

$$F(y^h) = F(y)^{\Theta(h)}$$

באמצעות f ו- g מתקבל $g \circ f$ שמתחיל ב- U ונגמר ב- V

הגדרה תלויה על-ספורת ציג (x) תקינה
סרנציולית

$$\forall x_1, x_2 \in X \quad \exists g \in G \quad x_2 = x_1^g$$

למשל תהי (G) חבורה
מחזורית מסדר n
וכך נגדיר את המרחב הווקטורי V

$$G_X = \{g \in G \mid x^g \neq x\}$$

$\delta \geq 0$ for n . $|G| = n \cdot |G_x|$ $\delta \cdot |G_x| \leq \delta \cdot n$ $\delta \cdot |G_x| \leq \delta \cdot n$
 $\delta \geq 0$ $\delta \geq 0$ $\delta \geq 0$ $\delta \geq 0$ $\delta \geq 0$ $\delta \geq 0$

9/0 $\{M, N\}$ M, N M, N M, N

$$(M = N^2) \Rightarrow g \in \Gamma \Rightarrow$$

ה. $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ $\Rightarrow$ $X \in \mathcal{X}$ $\Rightarrow$ X is a finite set.

$$x_i = x^{T_i} \in \mathbb{R}^n \quad T_i \in \mathcal{T} \quad \text{for } i = 1, \dots, n$$
$$v. \tau \in G \text{ s.t. } \exists x, G = \bigcup_{i=1}^n \tau_i \quad \text{--- 1/10/20$$
$$X^T = X; \quad x_i = 1 \quad p_i = 2^n \quad 1 \leq i \leq n$$

$$X^T \tau_i^{-1} = X_i^T \tau_i^{-1} = X_i^T \tau_i^{-1} = X^T = X$$

$$X = X \tau \frac{\tau}{\tau_i} - 1$$

$$\tau \tau_i^{+1} \in G_X$$

[illegible]

$$|a| = \sum_{i=1}^n |a_{x_i} t_i| = \sum_{i=1}^n |a_{x_i}|$$

1.5) $y = X^T \beta$ $\Rightarrow$ $\beta = (X^T X)^{-1} X^T y$

$$(a_x)^T = \{g^T \in G \mid x^g = x\} = \{h \in G \mid x^{b^{T^{-1}}h} = x\} = \{h \in G \mid x^{ThT^{-1}} = x\} =$$

$$= \{h \in G \mid x^{\tau h} = x^{\tau}\} = \{h \in G \mid y^h = y\} = G_y \Rightarrow \chi_x^{\tau} = G_y$$

$\sim 13 \text{ m}^3$ G_y, G_x $\sim 1 \text{ m}^3$

שאלה: תהי $(M, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ חבורת הרמבורט, X סופית
 נגדיר יחס $\sim$ כדל: $x \sim y$ אם $x = y + z$ עבור $z \in M$
 נבדוק שזה יחס שקילות ואם כן $x \sim y \Leftrightarrow x - y \in M$
 נסמך על התכונה של M שזה סגור תחת הפחיתות
 כלומר: $x \sim y \Rightarrow x - y \in M$ וכן $y \sim x \Rightarrow y - x \in M$
 ולכן $x \sim y \Leftrightarrow x - y \in M$

הוכחה: שרשקסיד כי $x' = x$
 נניח $x \sim y$ אז $x = y + z$ עבור $z \in M$
 נניח $y \sim x$ אז $y = x + w$ עבור $w \in M$
 נציב את y בראשון: $x = (x + w) + z = x + (w + z)$
 מכאן $0 = w + z$ ולכן $z = -w$
 ולכן $x = y + (-w) = y - w$ וכן $y = x + w$
 ולכן $x \sim y$ וכן $y \sim x$

לכן $\sim$ יחס שקילות
 תהי $x_1, \dots, x_n$ מחבורת הרמבורט:

$$X = \bigcup_{i=1}^n x_i$$

החבורה G פועלת על X כחבורת השמירה
 לכן G חסומה על ידי $|X|$

$$|G| \leq |X| \quad \text{לפי} \quad |G| = |X| \quad \text{לפי} \quad |G| \leq |X|$$

ולכן

$$|G| \leq |X|$$

אם נקרא H המרכז Z של G (חבורת המרכז)
 אז H חסומה על ידי $|X|$ ולכן $|H| \leq |X|$
 מכאן $|G| \leq |X|$

למשל: יהי G חבורה סופית ויהי $p \in \mathbb{N}$ ראשוני

$$|G| = p^k m \quad k \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}$$

נשמן $N(p^k)$ את $N(p^k)$ מספר החזקות של p^k בחבורה G

$$N(p^k) \equiv 1 \pmod{p}$$

הוכחה: נסמן G את G ונניח $N(p^k) \equiv 1 \pmod{p}$ אזי $N(p^k) = 1 + p \cdot t$ עבור אישה t כלשהי.

① $|N| = \binom{p^k m}{p^k}$

מספר החזקות של p^k בחבורה G

נניח G חבורה סופית ונניח $A \in N$ אזי $A \mapsto Ag$ עבור $g \in G$

$$(A \cdot 1 = A) \quad (Ag) = A(g) \quad (A \cdot g) = A(g)$$

מכאן נובע:

אם A אינה זהויה אזי $A \neq Ag$

② $N = \bigcup_{i=1}^l N_i$

האז N היא איחוד של N_i וכל N_i היא קבוצה של $A_i \in N$ ונניח $A_i \neq A_j$ עבור $i \neq j$

$$N_i = \{g \in G \mid A_i g = A_i\}$$

אז N_i היא חבורה

נניח N_i היא חבורה ונניח $A_i \in N_i$ אזי $A_i g = A_i$ עבור $g \in N_i$

③ $|G| = |N| + |H|$

$$\left(\bigcup_{a \in A_i} a\right) U_i = A_i U_i = A_i \quad \text{if } U_i \neq \emptyset$$

if $U_i \neq \emptyset$ then $a_{i1} \dots a_{in_i} \in A_i$ and $U_i \neq \emptyset$

④

$$A_i = \bigcup_{j=1}^{n_i} a_{ij} U_i$$

$$|A_i| = n_i |U_i|$$

$$|A_i| = p_k$$

⑤

$$p^k = n_i |U_i|$$

$$0 \leq r \leq k$$

③

$$|U_i| = p^r, \quad r \neq k$$

⑥

$$|\Omega_i| = \frac{p_k^r m}{p^r} = p^{k-r} m \equiv 0 \pmod{m}$$

⑦

$$\binom{p_k^r m}{p^r} = |\Omega| = \sum_{\Omega_i} |\Omega_i| \equiv \sum_{\substack{\Omega_i: |U_i| = p^k \\ (\Leftrightarrow |\Omega_i| = m)}} |\Omega_i| \pmod{m}$$

if

$$n_i = 1$$

if $n_i = 1$

⑤

if

if

$$r = k$$

if

④

if

$$A_i = a_{ij} U_i$$

if A_i is a subgroup of G then $A_i \in \mathcal{A}$

$$\Omega_i = \{A_i g \mid g \in G\}$$

Ω_i is a partition of G

$$U_i \supset G \cap K' \cap K \cap a_i U_i a_i^{-1} = A_i a_i^{-1} \in \Omega_i$$

הצגת הבעיה

נתון קבוצת איברים $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$.
יש למצוא תתי-קבוצה $S \subseteq A$ כזו שסכום האיברים בה הוא זוגי.

מ 8.77% הון חוזר 910 מיליארד ש"ח

$\vec{u}_i = \frac{\vec{r}_i}{|\vec{r}_i|} = \frac{\vec{r}_i}{r_i}$

$\gamma_{\text{CON}} A, A_{\text{G}} \text{ g/c} \rightarrow \text{m.o. fr}$

$$A = A \cdot 1 = A \cdot g$$

$$1 = b \cdot g$$

$$g \in e' \quad b \in A \quad e' \in \Gamma$$

[illegible]

$$(8) \quad \binom{pk}{pk} \equiv n \cdot a \cdot N(pk) \pmod{pm}$$

קבר אחרונה גמאל-גמאל מספר 55. במקרה של

$$N(p^F) = 1$$

8. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$$\binom{p^k m}{p^k} \equiv m \cdot 1 \pmod{pm}$$

מכאן נקבע כי $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r^2} \right) = -\frac{2}{r^3} \frac{dr}{dt}$

$$n \equiv n \cdot N(p^k) \pmod{pm}$$

$$m \geq \frac{1}{2} \ln \frac{1}{\epsilon}$$

$$1 = N(p^k) \pmod{p}$$

SW

מפתח (ה'תש"ז) : א"ר ג' חקירה ספירה ו' א' מספר
סמליות המתקן א"ר ו' א' ס' ג' ג'

• p 730, 707 7710

הנחה
לפי המעשה הקדמי
אך זהו
הוא

$\sim d\{x_N < g\} \text{ פולי ניוטון } p$

(יזכרה) ג' ח' חקורה פרכית פ מספר מאונ'

החברה הקדומה קליטר

$(p^k || G)$ $|G| \rightarrow K \rightarrow \text{מחלק}$

$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{1}{2} m v \frac{dv}{dt}$

שאלה (הקשר בין slow ל- fast) הקורה סופית - ולכן p ראשוני

הקצאת זמן לשיעור slow-p וחסר slow-r הקצאת זמן לשיעור

קונטרס - פ' חזן ופ' חזן

[illegible]

$$H \leq N_G(H) \leq G$$

למשל

$$H \triangleleft N_G(H)$$

למשל

$$N_G(H)$$

למשל

הייתה לה G הקבוצה הזו קבוצת המרכז
 H מתחברת ו- H נורמלית קבוצה

הייתה G חבורה, G נסמן

$$C_G(g) = \{ \sigma \in G \mid \sigma g = g \sigma \}$$

centralizer

$$C_G(g) \leq G$$

למשל

אם $A, B \leq G$ ותהייה A סוביט

למשל

$$|AB| = \frac{|A||B|}{|A \cap B|}$$

$$AB = \{ ab \mid a \in A, b \in B \}$$

למשל

$$\frac{|AB|}{|B|} = \frac{|A|}{|A \cap B|}$$

$\uparrow$

$$|AB/B| = |A/A \cap B|$$

למשל

לפי $a \in A \rightarrow a(AB) = a(A \cap B)$ הקבוצה חתך וזה
 משום שיש לה $A \cap B$ חתך

החברים השונים חתך זה $a_1 B = a_2 B$ אז
 $(a_1, a_2 \in A) \rightarrow a_1 B = a_2 B$ שיהיה $a_1^{-1} a_2 \in B$ ובהיפוך
 זה שיהיה $a_1 B = a_2 B$ ובהיפוך

$$a_1(A \cap B) = a_2(A \cap B)$$

החברים חתך זה $a_1 A = a_2 A$ שיהיה $a_1^{-1} a_2 \in A$ ובהיפוך
 זה שיהיה $a_1 A = a_2 A$ ובהיפוך

למשל

הקדמה

הקדמה
 קבוצה X וקבוצה G של פונקציות $f: X \rightarrow X$
 קבוצה X וקבוצה G של פונקציות $f: X \rightarrow X$
 קבוצה X וקבוצה G של פונקציות $f: X \rightarrow X$

$$f: X \rightarrow X$$

$$(X, \sigma) \mapsto X^\sigma$$

$$X^1 = X$$

$$((X)^\sigma)^\tau = X^{\sigma\tau}$$

$$X^\sigma = Y^\sigma \Rightarrow X = Y$$

$$X^\sigma = Y \Rightarrow X = Y^{\sigma^{-1}}$$

$$X^\sigma = Y$$

הקבוצה X היא קבוצה של פונקציות $f: X \rightarrow X$

$$T: \sigma \rightarrow S(X)$$

$$(\sigma \tau)T = (\tau T)(\sigma T)$$

$$\ker T = \{\sigma \in G \mid X^\sigma = X \forall X \in X\}$$

$$\ker(T) \trianglelefteq G$$

$$G_x \leq G$$

$$(G_x)^\sigma = G_{x^\sigma}$$

2.16

2.17

x הצורה G_x הקבוצה המיוחסת ל x

$$G_{x^\sigma} = \{z \in G \mid X^\sigma z = X^\sigma\} = \{z \in G \mid X^\sigma z \sigma^{-1} = X^\sigma\}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} \{\sigma^{-1} \theta \sigma \mid (\theta \in G) \wedge X^\theta = X^\sigma\} = \{\theta \in G \mid X^\theta = X\}^\sigma = (G_x)^\sigma$$

הצורה x המיוחסת ל G הקבוצה המיוחסת ל x

$$X^G = \{X^\sigma \mid \sigma \in G\} \neq \emptyset$$

2.18

2.19

$$\forall x \in X \quad |G/G_x| = |X^G|$$

$$G_x \backslash G \stackrel{\text{def}}{=} \{G_x \sigma \mid \sigma \in G\}$$

2.20

$$G_x \backslash G \rightarrow X^G$$

2.21

$$G_x \sigma \mapsto X^\sigma$$

2.22

$$G_x^\sigma$$

הקבוצה G_x^σ המיוחסת ל x^σ הקבוצה המיוחסת ל x הקבוצה המיוחסת ל x הקבוצה המיוחסת ל x

$$G_x \tau \sigma \xrightarrow{\text{def}} X^\tau \sigma = X^\sigma$$

והקבוצה $G_x \tau \sigma$ המיוחסת ל x^σ הקבוצה המיוחסת ל x הקבוצה המיוחסת ל x

$$X^\sigma = X^\tau \Rightarrow X = X^{\sigma^{-1} \tau} \Rightarrow X = X^\tau, \tau \in G_x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \forall \tau \sigma = \sigma \Rightarrow G_x \sigma = G_x \tau$$

הקבוצה $G_x \sigma$ המיוחסת ל x^σ הקבוצה המיוחסת ל x הקבוצה המיוחסת ל x

$$X^G \cap Y^G \neq \emptyset \Rightarrow X^G = Y^G$$

אזכור

$$\text{ש"י} \quad z \in X^G \cap Y^G$$

א"כ

הוכחה

$$Y^G = \langle z \rangle = X^G$$

$\Downarrow$

$$Y = X^{\sigma\tau^{-1}} \in X^G$$

אז $Y \in X^G$ וכן X מכיל את Y וכן Y מכיל את X ולכן $X=Y$

$$X = \bigcup_{x \in C} X^G$$

כל C היא מחלקת קונגורנציה של X ולכן

אזכור

$$|X| = A \Rightarrow |X| = \sum_{x \in C} |X^G| = \sum_{x \in C} (G : G_x)$$

$$\ker(T) = \bigcap_{x \in X} G_x$$

הוכחה

$$\forall x \in X \quad \ker(T) \leq G_x$$

כל $x \in X$ מכיל את $\ker(T)$ ולכן $\ker(T) \leq G_x$

אזכור

למשל

$$X^\sigma = \sigma^{-1} X \sigma$$

$$T: G \rightarrow S(G)$$

$$G_x = \{ \sigma \in G \mid X^\sigma = X \}$$

G_x נקראת המחלקה הנורמלית (Normalized) $N_G(x) = G_x$

$$= \{ \sigma \in G \mid \sigma^{-1} x \sigma = x \forall x \} = \{ \sigma \in G \mid x \sigma = \sigma x \forall x \in G \} = Z(G)$$

אז $Z(G)$ היא תת-קבוצה נורמלית של G

$$X^G = \{ x \sigma \mid \sigma \in G \} = \text{מחלקת השמאל של } x \text{ ב-} G$$

$$|X^G| = (G : G_x) = (G : N_G(x))$$

מספר המחלקות השמאליות של x ב- G הוא $|X^G|$

$$x \in Z(G) \iff |X^G| = 1$$

$$|G| = \sum_{x \in G} (G : G_x)$$

כל G מחולקת למחלקות שמאליות של $Z(G)$ ושל C'
 $C' = G - Z(G)$

$$|G| = \sum_{x \in G} (G : G_x) = \sum_{x \in Z(G)} (G : G_x) + \sum_{x \in C'} (G : G_x) =$$

$$\textcircled{I} \quad = |Z(G)| + \sum_{x \in C'} (G : G_x)$$

אם $x \in C'$ אז $|G : G_x| > 1$ ולכן $|G : G_x| \geq 2$

המחלקות השמאליות של x אינן חופפות

מלבד $Z(G)$ שבה הן חופפות

לכן $|G : G_x| \geq 2$ ו- $|C'| \geq 2$ אז $|G : G_x| \geq 2$

אם $|G : G_x| \geq 2$ אז $|G : G_x| \geq 2$

לכן $|G : G_x| \geq 2$ ו- $|C'| \geq 2$ אז $|G : G_x| \geq 2$

לכן $|G : G_x| \geq 2$ ו- $|C'| \geq 2$ אז $|G : G_x| \geq 2$

[illegible][illegible]

$$(H, \sigma) \mapsto H^\sigma = \{h^\sigma \mid h \in H\}$$

$$|H| = |H^\sigma|$$

$$G_H = \{\sigma \in G \mid H^\sigma = H\} = N_G(H)$$

57 H L 7/11/11

$$H \triangleleft N_G(H) \leq G$$

$$N_G(H) = G \iff H \trianglelefteq G$$

$$H^G = \{H^\sigma \mid \sigma \in G\} = \bigcup_{H \in \mathcal{H}} \bigcup_{\sigma \in G} H^\sigma$$

$(G: N_G(H)) = \frac{|G|}{|N_G(H)|} \rightarrow \text{מספר הקבוצות } H\text{-f}$

מכאן: מספר התקדמות $\rightarrow$ הצמדות $\rightarrow$ חתך א-ג

צומת תה $\rightarrow$ מדרה $\rightarrow$ חא

$$G = \bigcup_{i \in I} H_i$$

$$H \setminus G = \{ Hg_i \mid i \in I \}$$

1. W. W. and H. G. A. $\rightarrow$ A. H. A.

האם תמיד מתקיים $\sigma \in \ker T \Rightarrow H\sigma = H$?

$$T: G \rightarrow S(H \setminus G)$$

$$\ker(T) \leq H$$

נניח

$$\sigma \in \ker T \Rightarrow \forall g \in G \quad Hg\sigma = Hg \Rightarrow$$

(כאן) $g=1$ עדיף

$$\Rightarrow H\sigma = H \Rightarrow \sigma \in H$$

לדוגמה: אם G חבורה פשוטה מסדר $\frac{n!}{2}$

עבור S_n ונניח שיש G חבורה מסדר $\frac{(n-1)!}{2}$ כזו
 A_n איז חבורה פשוטה

הבה $(G:H) = n$ קיימת חבורת קוורנט σ כזו
 H היא חבורת קוורנט הימנית של G מרכזית
 T היא תמונת G בחבורת $S(H \setminus G)$

$$T: G \rightarrow S(H \setminus G)$$

אם

$$T: G \rightarrow S_n$$

כאן

$$\ker(T) \leq H$$

כאן

$$G \neq \ker(T)$$

אם

$$\ker(T) \leq G$$

מסקנה

$$\ker(T) = \{1\}$$

אם

$$T$$
 היא חבורה

אם T היא חבורה פשוטה אז G חבורה פשוטה
 דוגמה: אם G חבורה פשוטה

$$\frac{n!}{2} \rightarrow A_n$$

אם $G \neq A_n$ אז $G \triangleleft A_n$ וכל A_n פשוט

אם $G = A_n$

אם $G = A_n$ אז G חזקה ב- A_n וכל A_n פשוט

$G \cong A_5$

אם G חזקה ב- A_n אז G פשוט או $G \cong A_5$

אם G חזקה ב- A_n אז G פשוט או $G \cong A_5$

אם G חזקה ב- A_n אז G פשוט או $G \cong A_5$

$$X^{\sigma\tau} = X_\sigma$$

אם G חזקה ב- A_n אז G פשוט או $G \cong A_5$

אם G חזקה ב- A_n אז G פשוט או $G \cong A_5$

אם G חזקה ב- A_n אז G פשוט או $G \cong A_5$

אם G חזקה ב- A_n אז G פשוט או $G \cong A_5$

אם G חזקה ב- A_n אז G פשוט או $G \cong A_5$

אם G חזקה ב- A_n אז G פשוט או $G \cong A_5$

אם G חזקה ב- A_n אז G פשוט או $G \cong A_5$

אם G חזקה ב- A_n אז G פשוט או $G \cong A_5$

אם G חזקה ב- A_n אז G פשוט או $G \cong A_5$

אם G חזקה ב- A_n אז G פשוט או $G \cong A_5$

למשל: $R \supseteq R^* \supseteq R^*$

$$(x, \sigma) \mapsto x^\sigma$$

$$(x^\sigma)^\tau \mapsto x^{\sigma\tau}$$

הערה:

Sylow

משפט סילוב

אם G היא קבוצה סופית מסדר $|G| = n$ ו- p ראשוני המחלק את n , אז קיימת תת-קבוצה מסדר p .

אם G היא קבוצה סופית מסדר $|G| = n$ ו- p ראשוני המחלק את n , אז קיימת תת-קבוצה מסדר p^k לכל k כזה ש- p^k מחלק את n .

אם G היא קבוצה סופית מסדר $|G| = n$ ו- p ראשוני המחלק את n , אז קיימת תת-קבוצה מסדר p^k לכל k כזה ש- p^k מחלק את n .

אם G היא קבוצה סופית מסדר $|G| = n$ ו- p ראשוני המחלק את n , אז קיימת תת-קבוצה מסדר p^k לכל k כזה ש- p^k מחלק את n .

אם G היא קבוצה סופית מסדר $|G| = n$ ו- p ראשוני המחלק את n , אז קיימת תת-קבוצה מסדר p^k לכל k כזה ש- p^k מחלק את n .

אם G היא קבוצה סופית מסדר $|G| = n$ ו- p ראשוני המחלק את n , אז קיימת תת-קבוצה מסדר p^k לכל k כזה ש- p^k מחלק את n .

אם G היא קבוצה סופית מסדר $|G| = n$ ו- p ראשוני המחלק את n , אז קיימת תת-קבוצה מסדר p^k לכל k כזה ש- p^k מחלק את n .

$$A/H \cong \langle a \rangle / H \cap \langle a \rangle$$

כמות

$$|A| = \frac{|H| \cdot |K|}{|H \cap K|}$$

אם הפונקציה f איננה מהפונקציות f אז
אין מהחלק P לכן P אינו מחלק את $|A|$ וזה סתירה

למה (הדיושן של סלון) לכל חבורה סופית G קיימת
חבורה סלון P

הוכחה נניח P חבורה סלון G
נקרא P חבורה סלון P אז $|P| = p^k$ וכן

$$p \mid \frac{|G|}{|P|}$$

הוכחה נניח G חבורה ויהי N גרעין של G הכולל
של $N \triangleleft G$

המשק הוכחה מהתבוננות במחלקת G של N נובע
הלכמה מחלקות

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{x \in G} (a : a_x)$$

$$\forall x \in G \quad (a : a_x) \geq 1$$

קיים $x \in G$ כזה ש- $(a : a_x) > 1$
כל $x \in G$ כזה ש- $(a : a_x) > 1$ נקרא x מרכז
מחלקת

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{x \in G} (a : a_x)$$

מכאן נובע ש- $|Z(G)| \geq 1$ וכל $x \in Z(G)$ מתחלק את $|G|$
הוכחה $|G| = |Z(G)| + \sum_{x \in G} (a : a_x)$
הוכחה $|G| = |Z(G)| + \sum_{x \in G} (a : a_x)$

7) $P/(a:G) \cong \text{field}$ $\forall a \in G$ $\Rightarrow$ $P/(a:G) \cong \text{field}$

מכאן $P/(a:G) \cong \text{field}$ $\Rightarrow$ $P/(a:G) \cong \text{field}$ $\Rightarrow$ $P/(a:G) \cong \text{field}$

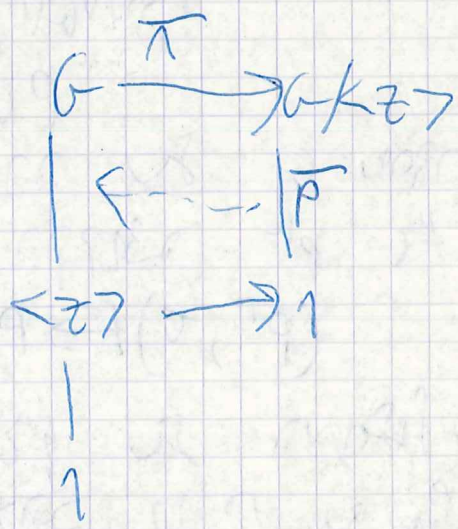
$$P/(a:G)$$

אם $P/(a:G) \cong \text{field}$ $\Rightarrow$ $P/(a:G) \cong \text{field}$ $\Rightarrow$ $P/(a:G) \cong \text{field}$

$$P/(a:G) \cong \text{field} \Rightarrow P/(a:G) \cong \text{field}$$

$$|a:G| = p^{r-1}$$

$$|P| = p^{r-1}$$



$$P = \pi^{-1}(\bar{P})$$

ההשקפה החד-חד

$$|P| = p \cdot p^{r-1} = p^r$$

אם $P/(a:G) \cong \text{field}$ $\Rightarrow$ $P/(a:G) \cong \text{field}$

אם $P/(a:G) \cong \text{field}$ $\Rightarrow$ $P/(a:G) \cong \text{field}$

$$P/(a:G) \cong \text{field} \Rightarrow P/(a:G) \cong \text{field}$$

$$P/(a:G) \cong \text{field} \Rightarrow P/(a:G) \cong \text{field}$$

⑤ לכל תת-חבורה H של G מסדרה חזקה

P מוכלל בחבורה P -סילי של G

⑥ כל חבורה P -סילי של G נורמלית

⑦ מספר חבורות סילי- P של G קונגואנטי

בוסתה יהי P חבורת סילי- P של G אז

החבורות הנורמליות

$$P^G = \{p^\sigma \mid \sigma \in G\}$$

כאן

$$|P^G| = (G : N_G(P))$$

$$P \leq N_G(P) \leq G$$

לכל $p \in P$ $|P^G|$ שווה ל- $|P^H|$ כאשר H תת-חבורה חזקה של G מסדרה חזקה P סילי- P של H ו- $p \in P^H$ הקדושה

$$(p^\sigma, \tau) \mapsto p^{\sigma\tau}$$

יהיו $P_1, P_2, \dots, P_k$ חבורות סילי- P של G המכילות את P אז

$$P^G = \bigcup_{i=1}^k P_i^H$$

I

$$|P^G| = \sum_{i=1}^k |P_i^H| = \sum_{i=1}^k (H : H_i)$$

כלל

P_i הוא סילי- P של H_i

H_i הוא קבוצה

$$H_i = \{\tau \in H \mid p_i^\tau = p_i\}$$

$(H_i : H_i)$ הוא

כאן $\forall i (H_i : H_i) \mid |H|$

החבורה P של G היא חבורה סילי- P של G

הן P וכן $\exists (H:H_i) \rightarrow P$ קיימת i שבה P נכונה

$(H:H_i) = 1$
 $\forall H \in P_i, P_i^\pi = P_i$ כלומר $H_i = H$ כלומר
 $P_i^\pi = P_i$ כלומר $P_i^\pi = P_i$

$\forall \pi \in P_i, P_i^\pi = P_i$

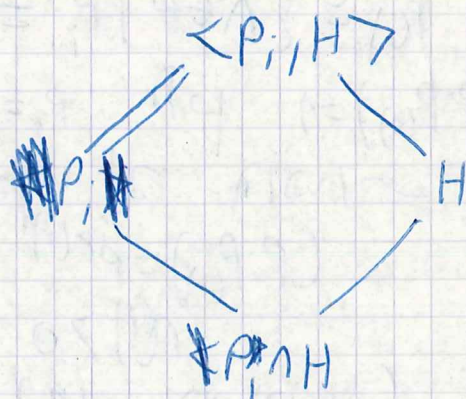
$\forall \sigma \in (P_i, H) P_i^\sigma = P_i$ כלומר

$\sigma \in (P_i, H) \rightarrow P_i^\sigma = P_i$

$\forall P_i, H > P_i, H$

כלומר

כאשר $\parallel$ קו
 כחול מסומן
 נורמליזציה



הן P וכן $\exists (H:H_i) \rightarrow P$ קיימת i שבה P נכונה

$\langle P_i, H \rangle / P_i \cong H \wedge P_i, H$

$(\langle P_i, H \rangle : P_i, H) = (H \wedge P_i, H)$ כלומר

σ הן P וכן $\exists (H:H_i) \rightarrow P$ קיימת i שבה P נכונה

כלומר $P_i^\pi = P_i$ כלומר $P_i^\pi = P_i$

$\forall P_i, H > P_i, H$

$P_i(\langle P_i, H \rangle : P_i)$

כלומר $P_i^\pi = P_i$ כלומר $P_i^\pi = P_i$

$(H:P_i, H)$

הן P וכן $\exists (H:H_i) \rightarrow P$ קיימת i שבה P נכונה

[illegible]

② נקת אר H ל חסך ⑩ דגור P חצמה
כלומר גפסית אר P חצמורין P
נקדת

$$|p_{\text{avg}}| = \frac{\sum_{i=1}^k |p_i|}{k} = \frac{\sum_{i=1}^k (p_{\text{avg}} - p_{(i)})}{k}$$

$$P_i = \{\pi \in P \mid p_i^\pi = p_i\}$$

$\text{SIC } i \geq 2 \quad \text{if } (P: P(i)) = 1 \quad \text{if } P_i = P$
 $\text{(c) } \text{if } P_i \neq P \quad \text{if } (P: P(i)) = P^{\text{pr}(i)}$

$$K(i) > 0 \quad \text{L2-Norm}$$

מסקנה: (p_1) קוטר (א) δ ו μ מקדמי p
מסקנה: μ p היא מקדמי δ - p μ מקדמי
סל. μ δ μ

$$(g_i: N_a(p)) \equiv 1 \pmod{p}$$

פברואר יום שבת
שנת ה'תשס"ח
מספר התקדמות חזון

מקצוץ

ג' תר"פ	הקדמה	מספר 20	ש"ח	4.5 = 20
ה' פ"ט	תורה	5-10	ל"ב	

$$(a: N_5(P_5)) \equiv 1 \pmod{5}$$

$$\gamma = (G, P_S) \hookrightarrow \text{rc} \quad \text{partial} \quad (L : N_{\text{al}}(P_S)) \quad \text{partial} \text{rc}$$
$$C = N(p) \cap N(b) \quad 1 = (C \cap N(p)) + m = 108$$

$$P^G = \{p^\sigma \mid \sigma \in G\}$$

$$|P^G| = (G : N_G(P))$$

$$P \leq N_G(P) \leq G$$

$p \leq N(p) < G$

$p \delta$ γ $|p\gamma|$ H H

p חסד p^G הקדושה p^σ

$(\sigma - \tau)$ → p^σ

$$(p^\sigma, \tau) \mapsto p^\sigma \tau$$

$(P^0, \tau) \mapsto P_1 \dots P_k$
 $P = P_1$

$$P^G = \bigcup_{i=1}^K P_i^H$$

$$|p^G| = \sum_{i=1}^K |p_i \cdot H| = \sum_{i=1}^K (H : H_i)$$

H_i הא תורת האינסוף $\sum p_i$
 $H_i = \{ \tau \in H \mid p_i^\tau = p_i \}$

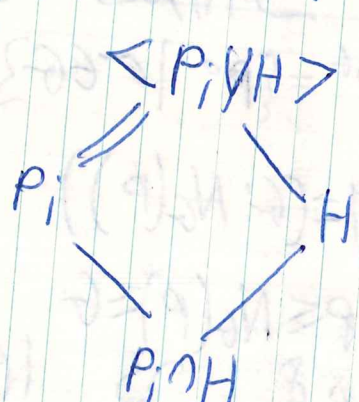
$$H_i = \{ \tau \in H \mid p_i \cdot \tau = p_i \}$$

$H_1 = \{ \text{H:H:H} \}$
 $V_1 = \{ \text{H:H:H} \} \parallel \text{H}$
 (H:H_i)

$(H:H_i)=1$ 3371 P P P P

$\forall \tau \in H \quad P_i^\tau = P_i$ $H_i = H$ $\forall \pi \in P_i \quad P_i^\pi = P_i$

$\sigma \in \langle P_i, V_H \rangle$ $P_i^\sigma = P_i$



$\langle P_i, V_H \rangle / P_i \cong H / P_i, H$

$(P_i, V_H : P_i) = (H : P_i, H)$

$P_i \mid \langle P_i, V_H \rangle : P_i$

$(H : P_i, H) = 1$

$$(p^G) = \sum_{i=1}^K p_i^p = \sum_{i=1}^K (P_{(i)} : P_{(i)})$$

$$P_{(i)} = \{\pi \in P \mid p_i^\pi = p_i\}$$

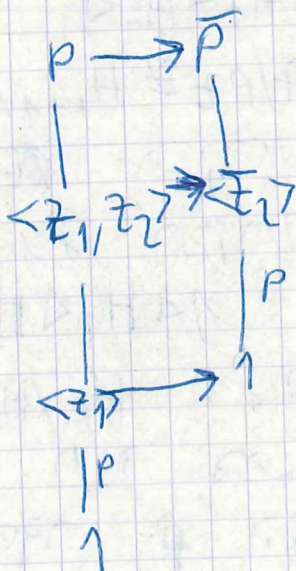
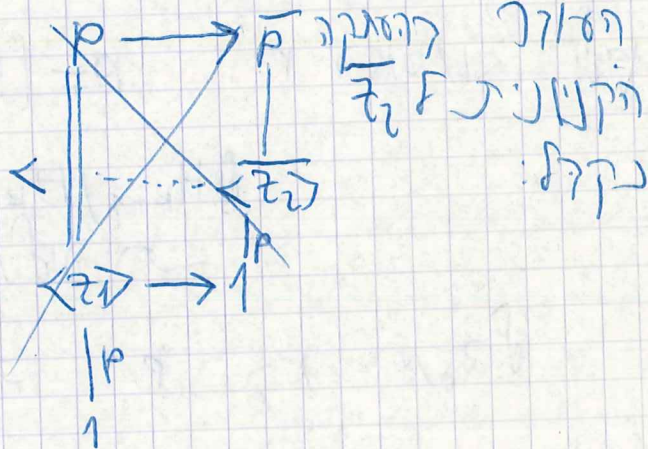
172 מעל 1 = (P:P_(i))
 10 מתחת 1 מתחת P_(i)
 (P:P_(i)) = Pⁿ⁽ⁱ⁾

כל $r(i)$ מסתמך : $|P^i|$ קונטרס $1-f$
מ/ז P

[illegible][illegible]

$$\bar{p} = p / \langle z_1 \rangle$$

$\frac{q}{c} \quad \bar{P} \quad A_1 \quad B \quad C \quad D \quad E$



מחשבה האיסורים הנ"ל חזק
 $\langle z_1, z_2 \rangle \triangleleft p$
 וכן קרה $p = (\langle z_1, z_2 \rangle)$
 נכנס לקבוצה של אי-קרין

$$(W_{k+1} : W_k) = p$$

נקודה:

$$\begin{array}{c} p = H_r \\ p \parallel \\ H_{r-1} \\ p \parallel \\ H_{r-2} \\ \vdots \\ H_1 \\ p \parallel \\ 1 \end{array}$$

כמו כן $p = (H_{k+1}/H_k)$ p ראשוני וכן

$$H_{k+1}/H_k \cong \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$$

הרמה H_{k+1}/H_k תלויה

~~ההצגה~~ לכל חבורה p קו מעגלי

$$1 \triangleleft H_1 \triangleleft H_2 \triangleleft \dots \triangleleft H_r = p$$

$$\mathbb{Z}/p\mathbb{Z} \cong H_{k+1}/H_k$$

הצורה חבורה סופית p חבורה פתוחה אף
קיים מה מעגלי של חבורות

$$1 \triangleleft H_1 \triangleleft H_2 \triangleleft \dots \triangleleft H_r = G$$

חלוקה H_k/H_{k+1} תלויה לכל k
לכל חבורה p חבורה פתוחה

~~ההצגה~~ כל חבורה מסדר p היא תלויה

הוכחה: $\mathbb{Z} \triangleleft \mathbb{Z} \triangleleft \dots \triangleleft \mathbb{Z} \triangleleft \mathbb{Z}$ p מסדר p $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$

$$p = \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$$

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}$$

שאלה: $P=d$ ו γ/c

Q. 2) $P < 0$ is not a function

מקור ג 2 א-180

$$d = (a; N_G(q)) \equiv 1 \pmod q$$

19 = 15 → 10 7.7 d we 33u pde

10A ~~10A~~ (a:q) = p pde

$$d \in \{1, p\}$$

5/11 d=ρ π·r·h

$$p \equiv 1 \pmod{q}$$

$\alpha/\lambda \leq q$ סתירה $\lambda = 1$ $\alpha/\lambda \leq q$
 $\alpha/\lambda = N_G(q)$ כלומר $q \Delta G$ כלומר קירלן
 α/λ המצב

11 p

Q

119

13

9/10/17 9:30 PM 16 Q/93 / A/A

$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

מגילת רות ופסוק 15 וקורה מספר 15 היא בתורה

② וְהָיָה הָאֵל מְרִאֲוֵיךָ אֶת־קוֹרֶךָ סִבִּית

H L P-100 5/17/11 P 12/1 G

תאריך: 10/10/2023

$$H \cdot N_G(P) = G$$

(Frattini)

ה) (18%)

1.2.14

Nov 8 5/11/12

p, d, r

1206

מסדר par היא בתורה

הוכחה $\frac{A_5}{A_5}$ כל תדורה par קלן או שווה 5 היא

לצד $|A_5|=60$ (היא) איב בתורה
לצד כל תדורה ~~כפול~~ מסדר 60 איזומורפית
 A_5 לזו בעם להוכחה

לצד (משפט Feit-Thompson) כל תדורה מסדר איזומורפית
 היא בתורה (הוכח 1963) משפט החתולים

הראשון
הוכחה כל A_5 המשפט חל בז. להוכיח שכל
 תדורה בעלת 5 חלקים
 איזומורפית
 המקוריות מסדר קלן

- ① $2/2$
- ② $2/22$
- ③ $2/32$
- ④ $2/42$

נניח $(n/2)$ איז איזומורפית
 $G = \{x, y, z\}$ מסדר 5 כל איזומורפית
 מחלק את מסדר 5 התדורה וכל
 מסדר 5 x, y, z הוא 2 חזר

$x = y^{-1} = y$ מכאן מתקבל $x \neq y \neq z$
 וכל $xy = z$ מסקנה

$G = \{x, y, z\}$

	x	y	z
x	x	z	y
y	z	x	y
z	y	x	z

$\langle x \rangle$ $\langle y \rangle$ $\langle z \rangle$
 $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 $\{x\}$ $\{y\}$ $\{z\}$

5) $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ בל התקורות מספר ≥ 5 מן תלפיות
 6) $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$, S_3 מסקנה: בל תקורה מספר 6
 (היא פתורה)

לן תלפיות מספר 6 ~~הוא~~ מספרות S_3
 פה $H \leq G$ בן $|H| = 2$ ולכן $H \trianglelefteq G$ ולכן G/H קטן
 $H = \langle \sigma \rangle$ $\sigma = \tau^2$ ולכן σ הוא H ו- H חסר-סיומת
 $\tau^2 = \sigma$ וכן $\langle \sigma \rangle = G$ ואז G חסר-סיומת
 ולכן $H \trianglelefteq G$ לפי G/H חסר-סיומת
 פה $\tau^2 = \sigma$ ולכן σ הוא H ו- H חסר-סיומת
 T על G $S_3 = S(H \setminus G)$ הפירוק של T
 נוסח $H \trianglelefteq G$ וכן $\ker(T) \trianglelefteq G$ ולכן
 $\ker(T) \neq H$
 ולכן $\ker(T) = \{1\}$ ולכן T חסר-סיומת
 חסר-סיומת

7) $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$ $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^3$ $(\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}) \times (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ תלפיות
 8)

לא תלפיות: G אינה חסר-סיומת
 בל אינר היה מספר 2 ולכן קיים G
 אינר G מספר 4 וקיים G חסר-סיומת

$$G \triangleleft \Delta G < \tau < \sigma \quad \text{ולכן} \quad |G| < |H| = 2$$

$$\sigma < \tau < \sigma^2$$

ולכן τ הוא G ו- G חסר-סיומת
 ולכן $\tau \neq \sigma$ כי אמרת התקורה תלפיות
 ולכן $\tau^2 = \sigma^2 = \tau^3 = \tau^4 = \tau^5 = \tau^6 = 1$

$\langle \sigma \rangle = G$ כי $(\sigma^2 < \tau) = 2$ G חסר-סיומת

~~$\tau^2 = \sigma^2$~~ $\tau^2 = \sigma^2$ G חסר-סיומת

לכן $\{i, \sigma, \tau\}$ לא יכול להיות
 $i = \sigma$
 $j = \tau$
 $k = \sigma\tau$

$$-1 = \sigma^2 = \tau^2$$

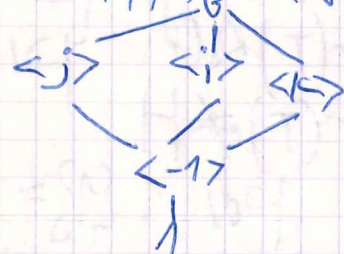
$$i^2 = j^2 = k^2 = -1$$

$$k = \tau\sigma\tau = \sigma\tau\tau = \sigma = i$$

$$ki = j$$

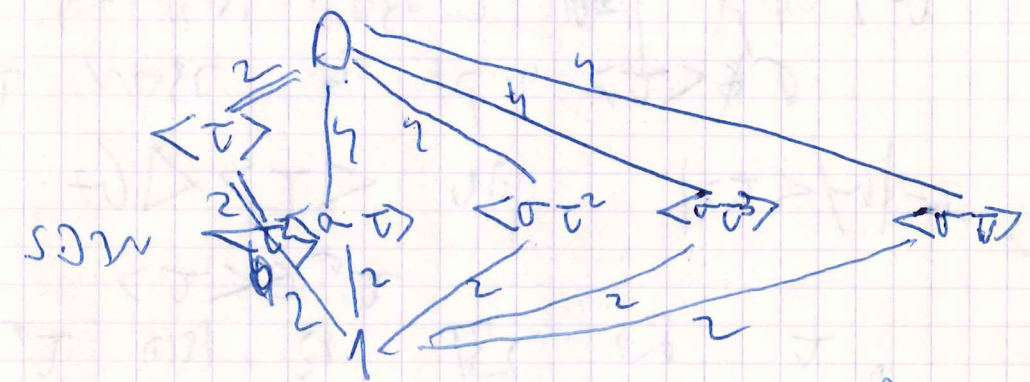
שאלה
 חזרה

התקורה תכונה של חבורת הקוורטונים



שאלה חזרה לא תמיד מתקנה את התקורה

חבורת קוורטונים
 חבורת קוורטונים
 $\langle \sigma, \tau \rangle = D$
 חבורת קוורטונים



אנחנו רוצים להראות שהחבורה היא חבורת קוורטונים

$$\sigma = \prod_{i=1}^n \sigma_i$$

כעת נראה שהחבורה היא חבורת קוורטונים

→ $G_i \trianglelefteq H_i$ חבורות G_i

הכל

$G_i \trianglelefteq G$ חבורה G_i^*

הכל

$$G_i^* = \left\{ \prod_{k=1}^{i-1} 1_k \cdot g \cdot \prod_{k=i+1}^n 1_k \mid g \in G_i \right\}$$

$$G = \prod_{i=1}^n G_i^*$$

הכל

$$\forall i \quad G_i^* \trianglelefteq G$$

הכל
הכל

$$\{1\} = G_i^* \cap \prod_{k=1}^{i-1} G_k^* \prod_{k=i+1}^n G_k^*$$

$X_i X_j = X_j X_i$ s/c $X_j \in G_j^*$ $X_i \in G_i^*$ s/c $\{G_i\}$ חבורות
→ חבורות G_i^* חבורות G_i^* חבורות G_i^*

הכל
הכל

$$g \mapsto g \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n \quad \text{s/c} \quad \varphi(G_i) = G_i^* \quad ①$$

$$G = \prod_{i=1}^n G_i^* \quad ②$$

$$\text{s/c} \quad y \in G_j \quad / \quad x \in G_i \quad \text{s/c} \quad ③$$

$$i \neq j \Rightarrow xy = yx$$

$$\forall i \quad x_i, y_i \in G_i \quad \text{s/c} \quad x_1 x_2 \dots x_n = y_1 \dots y_n \quad \text{s/c} \quad ④$$

$$\forall i \quad x_i = y_i \quad \text{s/c}$$

$$G = \prod_{i=1}^n G_i \quad ⑤$$

$$\forall i \quad G_i \trianglelefteq G \quad ⑥$$

$$\forall i \quad \{1\} = G_i \cap G_1 \dots G_{i-1} G_{i+1} \dots G_n \quad ⑦$$

→ חבורות G_i חבורות G_i חבורות G_i

$m = \text{ord } a$, $a, b \in \mathbb{F}$, $\text{gcd}(m, n) = 1$, $ab = ba$, $n = \text{ord } b$
 $\text{ord}(ab) = mn$

$\forall m, n \in \mathbb{N} \quad \text{gcd}(m, n) = 1 \Rightarrow (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}) \oplus (\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}) \cong (\mathbb{Z}/mn\mathbb{Z})$
 (המשפט של סינטי)

$\forall n \in \mathbb{N} \quad \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq m\} \rightarrow \mathbb{N} \quad (\forall 1 \leq k \leq m \quad \exists 1 \leq n \leq m \quad \text{gcd}(n, k) = 1)$
 $\Rightarrow \left(\bigoplus_{i=1}^m (\mathbb{Z}/i\mathbb{Z}) \right) \cong \left(\mathbb{Z} / \left(\prod_{i=1}^m i \right) \mathbb{Z} \right)$

$n = \prod_{i=1}^k p_i^{r_i}$
 $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}) \cong \left[\bigoplus_{i=1}^k (\mathbb{Z}/p_i^{r_i}\mathbb{Z}) \right]$

הוכחה: נניח p ראשוני, $r \geq 1$. נגדיר $H = \{0\}$ ונראה ש- $\mathbb{Z}/p^r\mathbb{Z} \cong H \oplus \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$.
 נגדיר $H = \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$. נראה ש- H היא תת-קבוצה של $\mathbb{Z}/p^r\mathbb{Z}$ ו- $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ היא תת-קבוצה של $\mathbb{Z}/p^r\mathbb{Z}/H$.
 נראה ש- $\mathbb{Z}/p^r\mathbb{Z} = H \oplus \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$.

$\mathbb{Z}/p^r\mathbb{Z} = H \oplus \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$
 $(\mathbb{Z}/p^r\mathbb{Z})/H \cong \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$
 $\forall H; \Delta G; \text{etc.}$

$\pi(G)/\pi(H) \cong \pi(G/H)$

$G = \prod G_i$
 ת.ת. י"ה
 ה.ל.ז.ה.
 V ו"ו
 $\mathbb{F}_p$ פ
 p ח.ק.ר"ל.
 n ח.ל.
 n ח.ל.

$$V \cong \bigoplus_{i=1}^n \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$$

חבורות אברהם

ת.ת. י"ה A חבורה ת.ת. י"ה.

$$A_{\text{tor}} = \{a \in A \mid \text{ord } a \in \mathbb{N}\}$$

א.ל.

א.ל.

$$A_{\text{tor}} \triangleleft A$$

ה.ל.ז.ה. $A = A_{\text{tor}}$ ח.ל. A חבורה ת.ת. י"ה.

ה.ל.ז.ה. $A_{\text{tor}} = \{0\}$ ח.ל. A חבורה חסומה ת.ת. י"ה.

ה.ל.ז.ה. $\mathbb{Q}^+/\mathbb{Z}$ ח.ל. חבורה ת.ת. י"ה.

ה.ל.ז.ה. A ח.ל. חבורה ת.ת. י"ה.

$$A_n = \{a \in A \mid na = 0\}$$

$$A_n \triangleleft A$$

א.ל.

ה.ל.ז.ה. A_n ח.ל. חבורה ת.ת. י"ה.

$$A_{p^\infty} = \bigcup_{r=1}^{\infty} A_{p^r} = \{a \in A \mid \exists r \in \mathbb{N} \text{ } p^r a = 0\}$$

א.ל. ח.ל. חבורה ת.ת. י"ה.

$$m < n \Rightarrow A_{p^m} \triangleleft A_{p^n}$$

א.ל. ח.ל. A חבורה ת.ת. י"ה.

p ח.ל. חבורה ת.ת. י"ה.

$$A = \bigoplus_{p \in P} A_{p^\infty}$$

א.ל.

א.ל. ח.ל. חבורה ת.ת. י"ה.

עצרה

תורה אלה A תורה תופסת אף
 קמה לה סמך קדושה יוצרין B
 שאנה תלונה לשארית (כלומר בל
 תת-קדושה סופית של B היא דתה)
 דמליג אחרות כל A לא ניתן לפרשן
 חלוקת יתר דבורה

$$a = \sum_{b \in B} b \cdot 1(b)$$

דאשר $(b) \neq 0$ לחסכר סופי של מקומות
 B יקרא דסים A.

גרעין יהי B דסים של תורה אלה A הוכח שכל
 פתרון $A \rightarrow B$ כאשר A תורה תלונה
 נישת ~~אשר~~ לפי עתה תורה ~~אשר~~ אחרות

של A עמר A
~~(יהי אלה אלה עני דסים של תורה)~~
בזמנא (1) הקדושה Z של הילר איהא תורה
 חופשית ודסים Z הוא הקדושה Z

~~אם~~ $\{B\}$
 (2) $Z \oplus Z$ תורה חופשית ודסים ~~אם~~ הם
 $\{1, 1, 1, 1\}$ (דסים הילר)

(3) Z היא תורה חופשית שזרה ח
 ודסים אם הם $\{1, 1, 1, 1\}$

(3) Z/Z אינה תורה חופשית כי אין
 דה אם אחר שהאן דתה
תורה הוכח שתורה שאקלה חופשית דתה
 חסרת פיתול

משפט $\{b_i\}$ ו $\{b'_j\}$ הם בסיסים של חלל וקטורי
 A מעברת בין b ל b'

$$b_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} b'_j$$

$$b'_j = \sum_{k=1}^n a'_{jk} b_k$$

הצגה מתוך:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} b'_j = b'_i = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_{ij} a'_{jk} b_k = \sum_{k=1}^n \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} a'_{jk} \right) b_k$$

אילו הם בסיסים ולכן מתן זהו שווה מקדמי
 וזוהי:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} a'_{jk} = \delta_{ik}$$

$$(a_{ij})(a'_{jk}) = I$$

כאן
 (המשוואות)

$$(a'_{jk})(a_{ij}) = I$$

כאן קורה

משפט מטריצות ההעברות ההדדיות הן
 ההדדיות של $L(A)$ ו $L(A^{-1})$ הן ההדדיות של A ו A^{-1}

משפט $L(A^{-1}) = L(A)^{-1}$ חלילה

$$|\det A| = 1$$

אם $A \in GL(n, \mathbb{R})$

משפט (משפט החלוקה) V חלוקה

הקדמת U_n חלוקה U_n חלוקה

מכרזים n $A \in GL(n, \mathbb{R})$ V חלוקה

k n $A \in GL(n, \mathbb{R})$ V חלוקה

$$V_i = E_i U_i$$
[illegible]

$\{V_i\}_n$ ו- $\{U_i\}_n$ הם קבוצות של וקטורים ב- V ו- U בהתאמה.
 נניח כי $\{V_i\}_n$ היא בסיס של V ו- $\{U_i\}_n$ היא בסיס של U .
 נגדיר $\phi: V \rightarrow U$ על ידי $\phi(V_i) = U_i$ לכל $i \in \{1, \dots, n\}$.
 נראה כי ϕ היא איזומורפיזם.
 ראשית, נראה כי ϕ היא מונומורפיזם. נניח כי $\phi(V) = 0$.
 אז לכל $i \in \{1, \dots, n\}$ מתקיים $\phi(V_i) = 0$.
 מכאן נובע כי $U_i = 0$ לכל $i \in \{1, \dots, n\}$.
 אבל $\{U_i\}_n$ היא בסיס של U , ולכן $U = \{0\}$.
 זהו סתירה, ולכן ϕ היא מונומורפיזם.
 נראה כי ϕ היא אפימורפיזם. נניח כי $U \neq \phi(V)$.
 אז קיימת וקטור $U \in U$ שאינו שייך ל- $\phi(V)$.
 אבל $\{U_i\}_n$ היא בסיס של U , ולכן U ניתן לכתוב כסכום ליניארי של U_i 'ים.
 כל אחד מהם שייך ל- $\phi(V)$, ולכן U שייך ל- $\phi(V)$.
 זהו סתירה, ולכן ϕ היא אפימורפיזם.
 מכאן נובע כי ϕ היא איזומורפיזם.

$$\gamma_i = \cancel{x_i} \epsilon_1 + g_i$$

④ $V_1 = V_1' + X_2 V_2' + \dots + X_n V_n'$ שאלה 2

007 ש"ס ~~שאלה 3~~ 100 $V_1, V_2, \dots, V_n$ ש"ס

100 ש"ס $V_1, V_2, \dots, V_n$ ש"ס

$$\begin{pmatrix} 1 & x_2 & x_3 & \dots & x_n \\ x_2 & 1 & & & \\ 0 & 1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{pmatrix}$$

③ /היא (היכרה) נקרא

$$= \epsilon_1 u_1 + (-\epsilon_1 x_2 + \epsilon_2) u'_2 + \dots + (-\epsilon_1 x_n + \epsilon_n) u'_n =$$

$$= \epsilon_1 u_1 + \epsilon_2 u'_2 + \dots + \epsilon_n u'_n$$

(b) $0 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \dots = \epsilon_n$ מכיוון ש- ϵ_1 יכול להיות שווה ל-0

$$V_1 = \epsilon_1 u_1$$

כך $U' = \langle u'_2, \dots, u'_n \rangle$ הוא

$$U' = \langle u_1 \rangle \oplus U'$$

$$V' = V \cap U'$$

$V \leq U'$, $n-1$ ממדים $\rightarrow$ חסום $\rightarrow$ $V = \langle V_1 \rangle \oplus V'$ לפי (א)

$$\langle V_1 \rangle \cap U' \leq \langle u_1 \rangle \cap U' = \{0\} \quad \text{לפי (א)}$$

לכן $\forall v \in V$: $v = \langle V_1 \rangle + v'$ לפי (ב)

$$V_0 = \beta_1 u_1 + \beta_2 u'_2 + \dots + \beta_n u'_n$$

מכיוון β_i יכולים להיות 0 $\forall \beta_i \in \mathbb{N}$ לפי (ג)

$$\beta_1 = x \epsilon_1 + \rho \quad 0 \leq \rho < \epsilon_1$$

$$V_0 = x \epsilon_1 u_1 + \rho u_1 + \beta'_2 u'_2 + \dots + \beta'_n u'_n$$

$\hookrightarrow$

לפי (ד) $V_1 = \epsilon_1 u_1$

$$V_0 - x V_1 = \rho u_1 + \beta'_2 u'_2 + \dots + \beta'_n u'_n$$

$$V_0 = \alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2 + \dots + \alpha_n V_n$$

$$\beta_2 u'_2 + \dots + \beta_n u'_n \in V \cap V' = V'$$

ה) $\langle V_1 \rangle$ הן $\langle V_2 \rangle$ וכן $\langle V_3 \rangle$ וכן $\langle V_4 \rangle$

$$u_2 \dots u_n$$

1871 8 27

$$E_{U_2} \dots G_{U_k}$$

$$e_2 | e_3 | \dots | e_k$$

$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \right)$

 $K=1$

חלוצי' נחל נצח

דוגמה: $V = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$: $k-1 \leq n-1$: $u_1, u_2, \dots, u_n$

$C, u_1, \dots, u_n, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi, \psi, \omega, \varphi, \vartheta, \varpi, \var�, \u00a0, \u00a1, \u00a2, \u00a3, \u00a4, \u00a5, \u00a6, \u00a7, \u00a8, \u00a9, \u00aa, \u00ab, \u00ac, \u00ad, \u00ae, \u00af, \u00b0, \u00b1, \u00b2, \u00b3, \u00b4, \u00b5, \u00b6, \u00b7, \u00b8, \u00b9, \u00ba, \u00bb, \u00bc, \u00bd, \u00be, \u00bf, \u00c0, \u00c1, \u00c2, \u00c3, \u00c4, \u00c5, \u00c6, \u00c7, \u00c8, \u00c9, \u00ca, \u00cb, \u00cc, \u00cd, \u00ce, \u00cf, \u00d0, \u00d1, \u00d2, \u00d3, \u00d4, \u00d5, \u00d6, \u00d7, \u00d8, \u00d9, \u00da, \u00db, \u00dc, \u00dd, \u00de, \u00df, \u00e0, \u00e1, \u00e2, \u00e3, \u00e4, \u00e5, \u00e6, \u00e7, \u00e8, \u00e9, \u00ea, \u00eb, \u00ec, \u00ed, \u00ee, \u00ef, \u00f0, \u00f1, \u00f2, \u00f3, \u00f4, \u00f5, \u00f6, \u00f7, \u00f8, \u00f9, \u00fa, \u00fb, \u00fc, \u00fd, \u00fe, \u00ff, \u0100, \u0101, \u0102, \u0103, \u0104, \u0105, \u0106, \u0107, \u0108, \u0109, \u010a, \u010b, \u010c, \u010d, \u010e, \u010f, \u0110, \u0111, \u0112, \u0113, \u0114, \u0115, \u0116, \u0117, \u0118, \u0119, \u011a, \u011b, \u011c, \u011d, \u011e, \u011f, \u0120, \u0121, \u0122, \u0123, \u0124, \u0125, \u0126, \u0127, \u0128, \u0129, \u012a, \u012b, \u012c, \u012d, \u012e, \u012f, \u0130, \u0131, \u0132, \u0133, \u0134, \u0135, \u0136, \u0137, \u0138, \u0139, \u013a, \u013b, \u013c, \u013d, \u013e, \u013f, \u0140, \u0141, \u0142, \u0143, \u0144, \u0145, \u0146, \u0147, \u0148, \u0149, \u014a, \u014b, \u014c, \u014d, \u014e, \u014f, \u0150, \u0151, \u0152, \u0153, \u0154, \u0155, \u0156, \u0157, \u0158, \u0159, \u015a, \u015b, \u015c, \u015d, \u015e, \u015f, \u0160, \u0161, \u0162, \u0163, \u0164, \u0165, \u0166, \u0167, \u0168, \u0169, \u016a, \u016b, \u016c, \u016d, \u016e, \u016f, \u0170, \u0171, \u0172, \u0173, \u0174, \u0175, \u0176, \u0177, \u0178, \u0179, \u017a, \u017b, \u017c, \u017d, \u017e, \u017f, \u0180, \u0181, \u0182, \u0183, \u0184, \u0185, \u0186, \u0187, \u0188, \u0189, \u018a, \u018b, \u018c, \u018d, \u018e, \u018f, \u0190, \u0191, \u0192, \u0193, \u0194, \u0195, \u0196, \u0197, \u0198, \u0199, \u019a, \u019b, \u019c, \u019d, \u019e, \u019f, \u01a0, \u01a1, \u01a2, \u01a3, \u01a4, \u01a5, \u01a6, \u01a7, \u01a8, \u01a9, \u01aa, \u01ab, \u01ac, \u01ad, \u01ae, \u01af, \u01b0, \u01b1, \u01b2, \u01b3, \u01b4, \u01b5, \u01b6, \u01b7, \u01b8, \u01b9, \u01ba, \u01bb, \u01bc, \u01bd, \u01be, \u01bf, \u01c0, \u01c1, \u01c2, \u01c3, \u01c4, \u01c5, \u01c6, \u01c7, \u01c8, \u01c9, \u01ca, \u01cb, \u01cc, \u01cd, \u01ce, \u01cf, \u01d0, \u01d1, \u01d2, \u01d3, \u01d4, \u01d5, \u01d6, \u01d7, \u01d8, \u01d9, \u01da, \u01db, \u01dc, \u01dd, \u01de, \u01df, \u01e0, \u01e1, \u01e2, \u01e3, \u01e4, \u01e5, \u01e6, \u01e7, \u01e8, \u01e9, \u01ea, \u01eb, \u01ec, \u01ed, \u01ee, \u01ef, \u01f0, \u01f1, \u01f2, \u01f3, \u01f4, \u01f5, \u01f6, \u01f7, \u01f8, \u01f9, \u01fa, \u01fb, \u01fc, \u01fd, \u01fe, \u01ff, \u0200, \u0201, \u0202, \u0203, \u0204, \u0205, \u0206, \u0207, \u0208, \u0209, \u020a, \u020b, \u020c, \u020d, \u020e, \u020f, \u0210, \u0211, \u0212, \u0213, \u0214, \u0215, \u0216, \u0217, \u0218, \u0219, \u021a, \u021b, \u021c, \u021d, \u021e, \u021f, \u0220, \u0221, \u0222, \u0223, \u0224, \u0225, \u0226, \u0227, \u0228, \u0229, \u022a, \u022b, \u022c, \u022d, \u022e, \u022f, \u0230, \u0231, \u0232, \u0233, \u0234, \u0235, \u0236, \u0237, \u0238, \u0239, \u023a, \u023b, \u023c, \u023d, \u023e, \u023f, \u0240, \u0241, \u0242, \u0243, \u0244, \u0245, \u0246, \u0247, \u0248, \u0249, \u024a, \u024b, \u024c, \u024d, \u024e, \u024f, \u0250, \u0251, \u0252, \u0253, \u0254, \u0255, \u0256, \u0257, \u0258, \u0259, \u025a, \u025b, \u025c, \u025d, \u025e, \u025f, \u0260, \u0261, \u0262, \u0263, \u0264, \u0265, \u0266, \u0267, \u0268, \u0269, \u026a, \u026b, \u026c, \u026d, \u026e, \u026f, \u0270, \u0271, \u0272, \u0273, \u0274, \u0275, \u0276, \u0277, \u0278, \u0279, \u027a, \u027b, \u027c, \u027d, \u027e, \u027f, \u0280, \u0281, \u0282, \u0283, \u0284, \u0285, \u0286, \u0287, \u0288, \u0289, \u028a, \u028b, \u028c, \u028d, \u028e, \u028f, \u0290, \u0291, \u0292, \u0293, \u0294, \u0295, \u0296, \u0297, \u0298, \u0299, \u029a, \u029b, \u029c, \u029d, \u029e, \u029f, \u02a0, \u02a1, \u02a2, \u02a3, \u02a4, \u02a5, \u02a6, \u02a7, \u02a8, \u02a9, \u02aa, \u02ab, \u02ac, \u02ad, \u02ae, \u02af, \u02b0, \u02b1, \u02b2, \u02b3, \u02b4, \u02b5, \u02b6, \u02b7, \u02b8, \u02b9, \u02ba, \u02bb, \u02bc, \u02bd, \u02be, \u02bf, \u02c0, \u02c1, \u02c2, \u02c3, \u02c4, \u02c5, \u02c6, \u02c7, \u02c8, \u02c9, \u02ca, \u02cb, \u02cc, \u02cd, \u02ce, \u02cf, \u02d0,$

$V \subseteq \mathbb{R}^n$ 0-07 1(17) $E_1 u_1, \dots, E_k u_k$ 0 7(17)

נ/ת Δ_1/Δ_2 ו Δ_1/Δ_2

$$0 \leq p' < \epsilon_1 \quad \text{and} \quad \epsilon_2 = X' \epsilon_1^{+0'} \quad \text{---} \quad \text{1/c} \quad 7/8/20$$

$$V \ni V_1 = \epsilon_1 a_1$$

$$V \equiv V_2 = E_2 U_2 = X E_1 U_2 + g' U_2$$

$$V \ni V_1 - V_2 = E_1(U_1 - X' U_2) - \beta' U_2$$

12/1

$$V = \begin{pmatrix} v_1 - v_2 \\ v_2 - v_3 \\ \vdots \\ v_{n-1} - v_n \end{pmatrix} \quad L = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad U_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad U_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad U_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad U = U_1 \cdot U_2 \cdot \dots \cdot U_n$$

$$= \epsilon_1 a_1 + (-\epsilon_1 \sigma_1 + \alpha_2) a_2 + \dots + (-\epsilon_1 \sigma_n + \alpha_n) a_n =$$

$$= \epsilon_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \dots + \alpha_n a_n$$

$$0 = \alpha_1 + \alpha_2 = \dots = \alpha_n \quad \text{על כן} \quad \epsilon_1 \in \text{Ker } \varphi$$

$$b_1 = \epsilon_1 a_1$$

כאן

$$\text{כך} \quad A' = \langle a_2, \dots, a_n \rangle$$

על כן

$$A_n = \langle a_1 \rangle \oplus A'$$

$$B' = B \cap A'$$

על כן

$$B' \subseteq A', n-1 \text{ איברי } B' \text{ יוצרים בסיס של } A'$$

לכן

$$B = \langle b_1 \rangle \oplus B'$$

לכן

$$\langle b_1 \rangle \cap B' \subseteq \langle a_1 \rangle \cap A' = \{0\}$$

על כן

$$\text{כך} \quad b_0 \in B$$

$$\therefore B = \langle b_1 \rangle + B'$$

על כן

$$b_0 = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \dots + \beta_n a_n$$

$$\text{על כן} \quad \beta_1$$

$$\text{כך} \quad \beta_1$$

$$\text{על כן} \quad \beta_1$$

$$\text{על כן} \quad \beta_1$$

$$\text{על כן} \quad \beta_1$$

$$\text{על כן} \quad \beta_1$$

$$\beta_1 = \sigma \epsilon_1 + \rho \quad 0 \leq \rho < \epsilon_1$$

כך

$$b_0 = \sigma \epsilon_1 a_1 + \rho a_1 + \beta_2 a_2 + \dots + \beta_n a_n$$

לכן

$$b_1 = \epsilon_1 a_1$$

$$b_0 - \sigma b_1 = \rho a_1 + \beta_2 a_2 + \dots + \beta_n a_n$$

$$\text{על כן} \quad \rho$$

$$\text{כך} \quad \rho$$

$$\text{על כן} \quad \rho$$

$$\text{על כן} \quad \rho$$

$$\text{על כן} \quad \rho$$

$$\epsilon_1 \in \text{Ker } \varphi$$

$$\text{על כן} \quad \epsilon_1$$

$$\text{על כן} \quad \epsilon_1$$

$$\text{על כן} \quad \epsilon_1$$

$$\text{על כן} \quad \epsilon_1$$

$$\text{על כן} \quad \epsilon_1$$

$$\beta_1 = \sigma \epsilon_1$$

$$\rho = 0$$

$$b_0 = \sigma b_1 + \beta_2 a_2 + \dots + \beta_n a_n$$

$$\beta_2 a_2 + \dots + \beta_n a_n \in A'$$

$$\beta_2 a_2 + \dots + \beta_n a_n = b_0 - \sigma b_1 \in B$$

מסקנה:

$$\beta_2 a_2 + \dots + \beta_n a_n \in B \cap A' = B'$$

במורה b_0 הוא צירוף של $\langle b_1 \rangle$ ושל B' ומכאן
 נגזר ש $\sim$ הנגזר האנטיקציה קו של A' וס'.

$$a_1 \dots a_n$$

וקו של B וס'.

$$\epsilon_2 a_2, \dots, \epsilon_k a_k$$

ש ϵ_k

$$\epsilon_2 | \epsilon_3 | \dots | \epsilon_k$$

דברט, B' וס' $\sim$ נדרשה $k-1$, באשר $k-1$ וס' k

מכאן ש $A_n = \langle a_1 \rangle \oplus A'$ נדרש ש $a_1, \dots, a_n$

לס' של A_n ומכאן נדרש ש

$\epsilon_1 a_1, \dots, \epsilon_n a_n$ לס' של B . יותר דק להוכיח
 ש $\epsilon_1 | \epsilon_2$

נבחר $\epsilon_2 = \sigma \epsilon_1 + \rho$ כאשר $\epsilon_1 < \epsilon_2$ קלול:

$$\epsilon_1 a_1 = b_1 \in B$$

$$\sigma \epsilon_1 a_2 + \rho a_2 = \epsilon_2 a_2 = b_2 \in B$$

אכן

$$\epsilon_1 (a_1 - \sigma a_2) - \rho a_2 = b_1 - b_2 \in B$$

החידו $a_1 - \sigma a_2, a_2, \dots, a_n$ היא לס' של A_n כי
 המספרים $V_1 - V_2 \neq 0$ וס' $\rho = 0$ אכן $V_1 - V_2 \neq 0$ כי
 כי הם קטלי אכן $\rho = 0$ ממשיך ו- ϵ_1 אכן

$$\epsilon_1 | \epsilon_2$$

שנ

לעצב את הקורה תלסובית נוצרת סוכרת (וילן)

סכנו ישיר של התחנות מוגדלות

הנחת תהי $A = \langle a_1, \dots, a_n \rangle$ קורה אולי תלסובית

ע"י n איברים. יהי $V = \langle u_1, \dots, u_n \rangle$ קורה

א/ק.ל.ת. תלסובית של הקסים $u_1, \dots, u_n$ א"ת

ההיתקד $u_i \mapsto a_i$ עקור $n \leq 1$ בית

עקוריתק $\text{rank } A = n$

$$\varphi: V \rightarrow A$$

נסמן

$$V = \ker \varphi$$

ע"י האלמנט הקוזמת קיו V קסים

$\{u_1, \dots, u_n\}$ וקיו V קסים

$$e_1 u_1, \dots, e_k u_k$$

כאשר $1 \leq k \leq n$ ו $e_1, \dots, e_k \in \mathbb{N}$ ע"י משה

$$A \cong U/V$$

$$A \cong U/V = (\langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \dots \oplus \langle u_n \rangle) / (\langle e_1 u_1 \rangle \oplus \dots \oplus \langle e_k u_k \rangle) \cong$$

$$\cong (\langle u_1 \rangle / \langle e_1 u_1 \rangle) \oplus (\langle u_2 \rangle / \langle e_2 u_2 \rangle) \oplus \dots \oplus (\langle u_k \rangle / \langle e_k u_k \rangle) \oplus$$

$$\oplus (\langle u_{k+1} \rangle / \{0\}) \oplus \dots \oplus (\langle u_n \rangle / \{0\}) \cong \mathbb{Z} / e_1 \mathbb{Z} \oplus \dots \oplus \mathbb{Z} / e_k \mathbb{Z} \oplus$$

$$\oplus \mathbb{Z} \oplus \dots \oplus \mathbb{Z}$$

לע"י

הערך קדלן

$$A \cong \bigoplus_{i=1}^k \mathbb{Z} / e_i \mathbb{Z} + \mathbb{Z}^{n-k}$$

לע"י: $n-k = \text{rank } A$ $\text{rank } A$ (וילן) $\text{rank } A$ $n-k$

הוכחה (אנחנו) $n \times n$ המטריצה A היא

$$A_{k+1} = (\underbrace{0, 0, \dots, 0}_k, 1, 0, 0, \dots, 0)$$

$$A_n = (\underbrace{0, 0, \dots, 0}_{n-1}, 1)$$

כל $n \times n$ מטריצה A היא סכום של מטריצות
 $\{A_i\}_{i=1}^n$ כן A היא מטריצה

$$A = \{A_1, \dots, A_n\}$$

$$E = \sum_{i=1}^k E_i$$

כל

$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$

כאן

$$EA = (\underbrace{0, 0, \dots, 0}_k, E_{k+1}, \dots, E_n)$$

כל מטריצה E היא סכום של מטריצות
 $\{A_i\}_{i=1}^n$ וכן A היא מטריצה
 נכונה.

משפט A מטריצה אוקלית $n \times n$
 ניתן להכתוב A כ-

$$\sum_{i=1}^k \left(\bigoplus_{j=1}^r (\mathbb{Z}/p_i \mathbb{Z}) \right) \oplus \mathbb{Z}^{\text{Rank } A}$$

הוכחה נכון, E_i מטריצה $n \times n$ מסדר
 האנטי סימטרית

למשל יהי A מטריצה אוקלית $n \times n$
 אז A היא מטריצה

מכתב מר חבורה חלוצית ~~מחבר~~ חסידות
מזרח ח חלוצי חסידות חסידות

$$\varphi: V \rightarrow A$$

~~best approximation~~ $v = v^{-1}(B)$ (wo)

2. Handwritten: $\frac{1}{2} \rightarrow 3/4$ $\sqrt{2}$ $\rightarrow 1.414$ $\rightarrow 1.414$ $\rightarrow 1.414$

ח א'דר'ל (לפי גרסה) החקורה התאגדה
חקוריה אלה חוסים / וכן $\phi(v)=B$
כבר ח ה'צ'ו ל V ע'דרו מ
י'צ'ו ל B

- few

אברהם (משה) החקור מחקר חקירות אפילו נוצר
אביה: לילי שקדירן של חקורה תלמידת
A מספר ישר ל חקירה משפחה אידיקה
מ/ב' י' סזח מתקרים מנצ' י' אינסופי

נ"ח קר מעבור פ חמון מ/ה"ח א
 מתוקר' מתקל' ססר' חשק' פ (הסדר'
 ש מתוקר' אלו ה פ א... ק' ק/ח

~~1.1~~ $q_1 \geq q_2 \Rightarrow d_1 > 0$

ה' BEA מלחמה בבריחה B

מחירי שוק
מחירי חברה
מחירי מוצר

$$p^{B_1} \dots p^{B_L}$$
$$\beta_1 \geq \beta_2 \dots \geq \beta_l \geq 0 \quad \gamma \geq 0$$
$$1 \leq i \leq l, \quad 1 \leq j \leq r, \quad 1 \leq k \leq s, \quad 1 \leq h \leq w$$

$\frac{2}{3} \times \frac{7}{8}$

היחס $\sim$ המוגדר על $\mathbb{Z}$ הוא

$$\text{rank } A = r$$

הוכחה $\Rightarrow$

$$A = \left[\bigoplus_i \mathbb{Z} / p^{\alpha_i}(p) \mathbb{Z} \right] \oplus \mathbb{Z}^r$$

$$A_{p^\infty} = \left\{ \bigoplus_i \mathbb{Z} / (p^{\alpha_i}(p)) \right\}$$

$$B = \left[\bigoplus_i \mathbb{Z} / p^{\beta_i}(p) \mathbb{Z} \right] \oplus \mathbb{Z}^s$$

$$B_{p^\infty} = \bigoplus_i \mathbb{Z} / p^{\beta_i}(p) \mathbb{Z}$$

$\oplus$

~~$B_{p^\infty} \subseteq A_{p^\infty}$~~

הוכחה

הוכחה

$$B_{p^\infty} \subseteq A_{p^\infty}$$

הוכחה: נניח $B \mid A$ כלומר $\exists$ $\mathbb{Z}$ -מודולר C כזה ש- $A = B \oplus C$.
 נראה ש- $C_{p^\infty} = 0$. נניח $x \in C_{p^\infty}$. אז $\exists$ n כזה ש- $p^n x = 0$.
 אבל $x \in C$ ולכן $x \in A$. מכאן $x \in C_{p^\infty} = 0$.

$$A = \bigoplus_{i=1}^k \mathbb{Z} / p^{\alpha_i} \mathbb{Z} \quad \alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_k > 0$$

$$B = \bigoplus_{i=1}^l \mathbb{Z} / p^{\beta_i} \mathbb{Z} \quad \beta_1 \geq \beta_2 \geq \dots \geq \beta_l > 0$$

לכל i , $\mathbb{Z} / p^{\alpha_i} \mathbb{Z}$ הוא $\mathbb{Z}$ -מודולר חופשי מסדר p^{α_i} .

$$A = \langle a_1, \dots, a_k \rangle$$

$$A_{p^\infty} = \langle p^{\alpha_1-1} a_1, \dots, p^{\alpha_k-1} a_k \rangle$$

הוכחה

הכללה

$$|A_p^k| = p^k$$

$$|B_p| = p^l$$

$$A_p B_p \leq A_p$$

$$l \leq k$$

לפי

pd

A p-מודולר תת-חבורה

$$A \cong \bigoplus_{i=1}^n \mathbb{Z}/p^{\alpha_i} \mathbb{Z} \quad \alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_n \geq 1$$

$$B \cong \bigoplus_{i=1}^n \mathbb{Z}/p^{\beta_i} \mathbb{Z} \quad \beta_1 \geq \beta_2 \geq \dots \geq \beta_n \geq 0$$

$$B \leq A$$

הוכחה

$$A \cong \bigoplus_{i=1}^n \langle a_i \rangle$$

$$B \cong \bigoplus_{i=1}^m \langle b_i \rangle$$

נבחר p ו- $1 \leq j \leq n$ נניח $\beta_j > 0$

$$\begin{array}{ccccccc} \alpha_1 & \geq & \alpha_2 & \geq & \dots & \geq & \alpha_{j-1} & \geq & \alpha_j \\ \vee & & \vee & & & & \vee & & \wedge \\ \beta_1 & \geq & \beta_2 & \geq & \dots & \geq & \beta_{j-1} & \geq & \beta_j \end{array}$$

$$p^{\beta_j} A = \bigoplus_{i=1}^{j-1} \langle p^{\beta_j} a_i \rangle \oplus \langle p^{\beta_j} a_j \rangle \oplus \dots \oplus \langle p^{\beta_j} a_n \rangle$$

$$\rho^{\beta_j-1} B = \bigoplus_{i=1}^n \langle \rho^{\beta_j-1} b_i \rangle = \bigoplus_{i=1}^n \langle \rho^{\beta_j-1} b_i \rangle \oplus \dots$$

הוא שווה ל

$$\rho^{\beta_j-1} B \leq \rho^{\beta_j-1} A$$

אם $\rho^{\beta_j-1} B \leq \rho^{\beta_j-1} A$ אז $\rho^{\beta_j-1} B$ הוא תת-מרחב של $\rho^{\beta_j-1} A$.
 מכאן נובע כי $\rho^{\beta_j-1} B$ הוא תת-מרחב של $\rho^{\beta_j-1} A$.

$$\rho^{\beta_j-1} B \leq \rho^{\beta_j-1} A$$

נניח

אם A הוא תת-מרחב של $\rho^{\beta_j-1} A$ אז A הוא תת-מרחב של $\rho^{\beta_j-1} A$.
 סופית

$$A \cong \bigoplus_{p \in P} \bigoplus_{i=1}^{n(p)} \mathbb{Z}/\rho^{\beta_j-1} \mathbb{Z}$$

ובצורה זו הוא יתירה (פלוס) $\mathbb{Z}/\rho^{\beta_j-1} \mathbb{Z}$
 $n(p)$ קבוצה של $\mathbb{Z}/\rho^{\beta_j-1} \mathbb{Z}$

שמות של A

הוא קבוצה של $\mathbb{Z}/\rho^{\beta_j-1} \mathbb{Z}$

אם $A \in A$ אז A הוא תת-מרחב של A .

אם A הוא תת-מרחב של A אז A הוא תת-מרחב של A .

אם A הוא תת-מרחב של A אז A הוא תת-מרחב של A .

אם A הוא תת-מרחב של A אז A הוא תת-מרחב של A .
 אם A הוא תת-מרחב של A אז A הוא תת-מרחב של A .
 אם A הוא תת-מרחב של A אז A הוא תת-מרחב של A .

אם A הוא תת-מרחב של A אז A הוא תת-מרחב של A .

→ $\frac{1}{G_{\text{po}}}$

מחירי חשמל (1) מחירי חשמל (2) מחירי חשמל (3)

1000 Gpx 7 7710 f2 2 3000

730 867 X_p θ_{p0} γ p L γ γ γ

$\forall G \neq p$ $\exists K$ $\text{ord } X_p = p^{m_p}$: 77-N

for $K \leq m^p$ and $\exists \gamma \text{ ord } \gamma = p^k$ s.t.

8-2/10

$$1, x_p, x_p^2, \dots, x_p^{p^m-1}$$

המורה

שירי משה וסבס

ע' $X^{pmp} - 1$ 11-8128 ע' 7327 8710

ה'תש"ב מ"ח ש"ס ו'תש"ג

החברים

$$G_p = \{1, x_p, x_p^2, \dots, x_p^{m_p-1}\}$$

Wids

בדומה
קטן
הוא
מסלול
מסלול

פ
קטן
מסלול
מסלול

חלק

מקור: P $G_{\text{פר}}$ $\sim$ מספר $(\text{כ} \sim)$

→ $\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \right)$

מחיר 1000 ₪

Benjamin Franklin

$$(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}, +) = \mathbb{F}_p$$

22

9.77 kPa = 11.7 mm Hg (cm) Fr

$$x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

516

P4X

9c

21/11

$$F_p^x \text{ zu } 130^\circ \text{ und } 180^\circ \text{ zu } 130^\circ \text{ zu } 180^\circ$$

P-1

מחבר

2286

$$g^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

7D

67

72

$$ad \equiv \text{mod } p$$

mon. E_p in

10/2

$$p-1 = \underbrace{1+1+\dots+1}_{p-1}$$

$$p = \underbrace{1+1+1}_p \cdot 1 = 0$$

$$PX = 0$$

$$F_p \cap F$$

פאקטור

2020

בונקור

2010/5/1

Handwritten: $\frac{1}{2}$

13 876 11 m

$$F \geq m = n \quad \text{d.h.}$$
$$m-n=0 \text{ für } N? \quad n-m>0 \quad m-n$$

7. F. 12. ת"ל "לכא, תשובה פ"א.

ה' אר ה'לג' חמשה עשר בתמוז ה'תשנ"ו

0-8 737. 22 PL 121

$$K_{a,b} < \rho \quad \text{und} \quad \text{für } K_{a,b} < \rho$$

$F_7 \mid p \mid N \Rightarrow ab = p \text{ e } p \mid$

77 go $b=0$ |k $a=0$ |pd| $a_b=0$

pd p תאריך: כ"א

776 1) F_7 $\text{px} = 0$

$$F = 0 \quad \gamma = 0$$

IN 7 $\pi = K\rho + r$ $0 < r < \pi$

F7 יחידה

$$0 = k \cdot 0 + r$$

אפי בלוי עוזני ק"ע (ה"א) ר"ת

$$(x+y)^p = x^p + \sum_{i=1}^{p-1} \binom{p}{i} x^{p-i} y^i + y^p =$$

$$H(P) = \sum_{i=1}^n p_i \log_2 \frac{1}{p_i}$$

$$= X^p + \sum_{i=1}^n \frac{1}{p} X^{p-1} = X^p + Y^p = X^p + Y^p$$

כעת נבין את הנוסחה עבור $k-1$ (הנניח כי נכון עבור $k-1$)

$$(X+Y)^{p^{k-1}} = X^{p^{k-1}} + Y^{p^{k-1}}$$

נעלה את הנוסחה p פעמים ונאסוף את האיברים

$$\left((X+Y)^{p^{k-1}} \right)^p = (X+Y)^{p^k} = X^{p^k} + Y^{p^k} = \left(X^{p^{k-1}} + Y^{p^{k-1}} \right)^p$$

נניח

אם $1 \leq k \leq n$ אז $p^k \leq p^n$ ולכן $X^{p^k} = X$

אם $k > n$ אז $p^k > p^n$ ולכן $X^{p^k} = 0$

אם $k > n$ אז $F = 0$ (כי $X^{p^k} = 0$)

$$F_{p^k} = \{ X \in F \mid X^{p^k} = X \}$$

F_{p^k} הוא שדה כי הוא סגור תחת

החיבור והכפל, אם $X, Y \in F_{p^k}$ אז $X+Y, XY \in F_{p^k}$

וגם $1 \in F_{p^k}$ כי $1^{p^k} = 1$ (הוא האיבר המייחד)

$$(X^{-1})^{p^k} = (X^{p^k})^{-1} = X^{-1}$$

לכן $X^{-1} \in F_{p^k}$ (כלומר F_{p^k} הוא שדה)

$$f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$$

אם F שדה ו $f(x) \in F[x]$ אז $f(x)$ מתפרק לגורמים ליניאריים ב F (לפי משפט גלואה)

אם $f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$ אז $f(x)$ מתפרק לגורמים ליניאריים ב F (לפי משפט גלואה)

$\Rightarrow$ $\gamma \cdot K$ $\delta = N$ R^N $\rho \cdot \gamma \cdot K$ $\mathbb{A}^{pk}$ $\rightarrow$ $1/\partial$
 $\sim$ $1/\partial$ ∂ $1/\partial$ $z^{pk} - z = 0$ $\rho \cdot \gamma \cdot N$ f_p^*

[illegible]

F ist invertierbar F^{-1} , $|F| = p^n$, $\det F = 1$, $K|N$, $p^k = |F|$, SIC 2/8/6

הוכחה: ~~אם $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$ ו- $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = y$ אז $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n) = x + y$~~

$1 \leq k \leq n$ γ $p^k = |F^k|$ $F_p \subset F$
 כל מהלך F_p $\rightarrow$ F $\rightarrow$ F_p
 $\rightarrow k$ F_p $\rightarrow$ F $\rightarrow$ F_p
 נ"מ $\rightarrow$ F_p $\rightarrow$ F $\rightarrow$ F_p

$$\rho^n = |\rho \in \rho^n| = |F'|^d = |P^k|^d = p^{kd}$$

$k \mid n$ $(p \mid d)$ $n = kd$ $(p \mid d)$
 - f.u.N

9.12.20

$\Rightarrow (G; N) \in N^c \Rightarrow N \triangleleft G$
 $\Rightarrow (G; N) \notin N^c \Rightarrow \exists H \in N, e \in H \setminus N$

$H \leq G$, $|H| = n$, $|G/H| = m$.
 $N \trianglelefteq H$, $|N| = k$.
 $N \trianglelefteq G$, $|G/N| = l$.
 $l = \gcd((n:k), |N|)$

(3) $M, N \in G$ SK

[illegible]

$$\pi(x^n) = (\pi(x))^n = 1$$

$$x^n \in \ker \pi = H$$

$p \nmid q$ $\rightarrow$ $30 \sim$ $77/77$ G $\rightarrow$ 276
 $p \neq 1 \pmod q$ $1, 9, 11, 13, 17, 19, 23, 29$ p, q
 yc $p > q$ 821 ~~10577~~ ~~2175~~ ~~6~~ ~~40~~
 $\rightarrow$ 10577 G

(הוכחה) מכתבת ה' דלפ' נלקח $p \nmid q$ mod p שכן
 שתדור מכתבת ה' דלפ' $P-1$ ו- $Q-1$ שכן
 ה' דלפ' P, Q מספרים ראשוניים
 $G = P \times Q$ מספר זוגי
 $\phi(G) = (P-1)(Q-1)$

$\pi: K \rightarrow H$ $\pi^{-1}(H) = \{x \in G : x^2 = e\}$

[illegible]

המשפט השלישי

$$A' \leq A \iff \pi(A') \leq \pi(A)$$

$$\pi(A' \cap A) = \pi(A') \cap \pi(A)$$

$$\pi(\langle A', A'' \rangle) = \langle \pi(A'), \pi(A'') \rangle$$

$$(G: A') \cong (H: \pi(A'))$$

$$(A': \ker(\pi)) = (H: 1)$$

$$A' \trianglelefteq A \iff \pi(A') \trianglelefteq \pi(A)$$

המשפט השלישי

$$A' \trianglelefteq A'' \iff \pi(A') \trianglelefteq \pi(A'')$$

$$A'/A \cong \pi(A')/\pi(A)$$

$$A'/A \cong \pi(A')/\pi(A) \cong (A'/\ker(\pi))/(\pi(A)/\ker(\pi))$$

21/2/84

אלגברה 1 - חלק 1

1. יהיה A חבורה חסומה. S_3 היא החבורה קאוסטית.

ב. מצא את S החבורה המקסימלית S_3 . (השקעו לעצמך טענה שאינה נכונה).

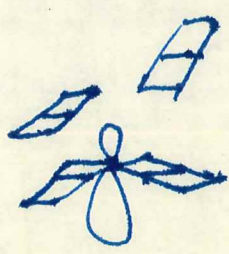
2. יהי G חבורה חסומה. H חבורה חסומה. A חבורה חסומה. S_3 היא החבורה קאוסטית.

3. יהי G חבורה חסומה. H חבורה חסומה. A חבורה חסומה. S_3 היא החבורה קאוסטית.

4. יהי G חבורה חסומה. H חבורה חסומה. A חבורה חסומה. S_3 היא החבורה קאוסטית.

5. יהי G חבורה חסומה. H חבורה חסומה. A חבורה חסומה. S_3 היא החבורה קאוסטית.

6. יהי G חבורה חסומה. H חבורה חסומה. A חבורה חסומה. S_3 היא החבורה קאוסטית.



1. המרחב M_n

2. המרחב A - המרחב M_n

$$\{x \mid ax = xa\}$$

$$xgag^{-1} = axy$$

$$ax = xa$$

$$xgag^{-1} = axy$$

$$xgag^{-1} = axy$$

3. המרחב M_n - המרחב M_n

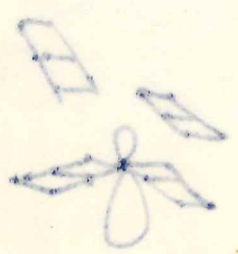
$$H' \subset M_n$$

4. המרחב M_n - המרחב M_n

$$|G| = |K|$$

5. המרחב M_n - המרחב M_n

$$n \rightarrow a^n$$



2/2/84

מבוא - חלק 1

1. S_3 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.
 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.

2. S_3 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.
 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.

3. S_3 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.
 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.

4. S_3 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.
 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.

5. S_3 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.
 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.

6. S_3 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.
 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.

7. S_3 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.
 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.

8. S_3 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.
 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.

9. S_3 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.
 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.

10. S_3 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.
 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.

11. S_3 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.
 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.

12. S_3 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.
 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.

13. S_3 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.
 היא קבוצת הסימטריות של $\{1, 2, 3\}$.

אלקטרה ב' - חשבון 2

משפט

1. G חבורה G נגזיר את מרכז החבורה:

$$C(G) = \{x \in G \mid \forall a \in G, ax = xa\}$$

היא תת-חבורה נורמלית.

2. יהי G חבורה. הריא:

א. אם $A \subset G$ הרי $A' = \{a \in G \mid \exists b \in A, ab \neq ba\}$ חבורה חלקית.

ב. אם $a \in G$ אז $a^2 = e$ אם ורק אם a איננו במרכז.

ג. יהי G קבוצת הסימטריות של n אותיות. אז $C(G) = \{e\}$ כאשר $n \geq 3$.

ד. יהי G חבורה. אז $C(G)$ היא תת-חבורה נורמלית.

ה. יהי G חבורה של מטריצות 2×2 מעל $\mathbb{C}$. אז $C(G)$ היא תת-חבורה נורמלית.

ו. יהי G חבורה חלקית. אז $C(G)$ היא תת-חבורה נורמלית.

ז. יהי G חבורה. אז $C(G)$ היא תת-חבורה נורמלית.

4. יהי G חבורה. אז $C(G)$ היא תת-חבורה נורמלית.

א. יהי G חבורה. אז $C(G)$ היא תת-חבורה נורמלית.

ב. יהי G חבורה. אז $C(G)$ היא תת-חבורה נורמלית.

ג. יהי G חבורה. אז $C(G)$ היא תת-חבורה נורמלית.

ד. יהי G חבורה. אז $C(G)$ היא תת-חבורה נורמלית.

linearly independent

$$X^{-1}(X-1)^{-1}$$

$$= (XX^{-1})^{-1} = (X^{-1}X)^{-1} = 1$$

$$a(a_1x+b_1)+b_1 = aa_1x + (ab_1+b_1)$$

$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa_1 & ab_1+b_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X^{-1}a = a$$

$$X^{-1}XX^{-1}a = X^{-1}a$$

THANKS

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

מש"ז

אלקטרה ב' - מבין 2

1. G חבורה G נגזיר את מרכז החבורה:

$$C(G) = \{x \in G \mid \forall a \in G, ax = xa\}$$

היא שומרת על חבורה חלוקה-נאותה.

2. יהי G חבורה. הריא:

א. אם $A \subset G$ ו- $A' \in A$ (כל A חבורה חלוקה).

ב. אם $a \in G$ ו- $a^2 = e$ אז a קומוטטיוו.

ג. אם G סופית אז $a \in G$ ו- $a^n = e$ כן e .

3. יהי G קבוצה המוקדשת תיכונה $y = ax + b$ כאשר $a \neq 0$.

א. הריא ש G חבורה. ~~למקרה שבו $a \neq 0$ ו- $b \neq 0$~~

ב. יהי $a, b \in \mathbb{R}$ ו- $a \neq 0$, $\langle a, b \rangle$ כן שומרת

חבורה איזומורפית ל- G .

ג. מצא חבורה של מטריצות מסדר 2×2 שהיא איזומורפית ל- G .

ד. הריא שקבוצת חזקות בוקר הראשית היא חבורה חלוקה. האם

זו חבורה חלוקה נאותה?

ה. הריא ש $C(G) = \{e\}$ (כן הריא מתחלף עם כל האלמנטים).

4. יהי G חבורה בה m אברים (G מסדר m) והי A

חבורה חלוקה בה k אברים (A היא מסדר k).

א. הריא שאם $a \in A$ היא בה k אברים.

ב. הריא מספר A מחלק את מספר G .

ג. האם שלם P מספר ראשוני אז יש דגול חבורה אחת

מסדר P או $P-1$ בדי איזומורפית (זו חבורה קומוטטיוו).

(כאן $a \in G$ ו- $a^n = e$ ו- n מספר ראשוני).

הצגת $\mathbb{Z}$ - כחול

הוכחה

1. הוכחה כי $\mathbb{Z}$ הוא חבורה:

$$C(x) = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \neq 0\}$$

הוכחה כי $\mathbb{Z}$ הוא חבורה.

2. הוכחה כי $\mathbb{Z}$ הוא חבורה:

א. $0 \in \mathbb{Z}$ ו- $1 \in \mathbb{Z}$ (כלומר 0 ו- 1 הם איברים ב- $\mathbb{Z}$).

ב. 0 הוא האיבר הנייטרלי.

ג. 1 הוא האיבר היחידני.

ד. $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה (כלומר $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה).

ה. $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה (כלומר $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה).

ו. $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה (כלומר $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה).

ז. $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה (כלומר $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה).

ח. $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה (כלומר $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה).

ט. $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה (כלומר $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה).

י. $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה (כלומר $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה).

יא. $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה (כלומר $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה).

יב. $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה (כלומר $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה).

יג. $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה (כלומר $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה).

יד. $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה (כלומר $\mathbb{Z}$ הוא חבורה חסימה).

2. דוגמה 1 - קבוצת המרכז

$: C(G) \triangleleft G$

1)
$$C(G) = \{x \in G \mid \forall a \in G \quad xa = ax\}$$

2)
$$x, y \in C(G) \implies xy \in C(G)$$

$$axy = xay = xya$$

$\uparrow \quad \uparrow$
 $x \in C(G) \quad y \in C(G)$

וכן $xy \in C(G)$ וכן $C(G)$ סגורה תחת מכפלה

3) $a \in G$ וכן $x \in C(G) \implies x^{-1}a = a^{-1}x^{-1}$

$$x^{-1}a = x^{-1}(a^{-1})^{-1} = (a^{-1}x)^{-1} = (xa^{-1})^{-1} = (a^{-1})^{-1}x^{-1} = ax^{-1}$$

וכן $x^{-1} \in C(G)$

וכן $C(G) \leq G$ וסגורה תחת מכפלה והיחס $x \sim y$ אם $x^{-1}y \in C(G)$ הוא קבוצת המרכז של $C(G)$ היא $C(G)$ עצמה.

$$g^{-1}xg = g^{-1}gx = ex = x$$

וכן $x \in C(G)$ וכן $e \in C(G)$

וכן $x_0 \in A$ וכן $e = x_0^{-1}x_0 \in A^{-1}A \subset A$

וכן $x^{-1} = x^{-1}e \in A^{-1}A \subset A$ וכן $x \in A \implies x^{-1} \in A$

וכן $x^{-1} \in A$ וכן $xy \in A$ וכן $x^{-1}y \in A$

$$xy = (x^{-1})^{-1}y \in A^{-1}A \subset A$$

וכן A סגורה תחת מכפלה והיחס $x \sim y$ אם $x^{-1}y \in A$ הוא קבוצת המרכז של A היא $C(A)$

7)
$$xy = xye = xy(y^{-1}x^{-1})(y^{-1}x^{-1})^{-1} = xy y^{-1} x^{-1} y^{-1} x^{-1} = y^{-1} x^{-1} = y^{-1} e x^{-1} e = y^{-1} y y x^{-1} x x = y x$$

$$AX = AX \quad \text{if } X \in \text{range}(A)$$

$$AX = 0 \quad \text{if } X \in \text{null}(A)$$

$$A^T A X = A^T (AX) = A^T (0) = 0$$

$$A^T A X = A^T (AX) = A^T (0) = 0$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
 (גורם חזקה) $a^0 = 1$
 נכפל ב- a^{-n} ונקבל
 $e = a^0 = a^{m-m}$

סדרה- m , ואם זה מתקבל
 (3) הראוי לתנאי הקורן
 (4) נגזר
 $(a,b)/(c,d) = (ac, ad+b)$ קדם לזכאי
 $e = (1,0)$ הוא חדר יחידה, וכן
 $(a,b) \cdot (\frac{1}{a}, -\frac{b}{a}) = e$
 ולכן יש הפכי. וכן. 92

$ax+b \mapsto (a,b)$

המאחזרפסו $ax+b$ חזרה הפונקציות הלשוניות
 (1) נתבונן במטריצות ההצברה:
 $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac & ad+b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

וקדם לזכאי את השקילות
 (3) הוקו $y = ax+b$ חזרה בוקר הואשג אלו
 $b=0$, נקדם שקורצת הוקו בוקר הואשג
 היא חזרה קורצת המטריצות האלכסוניות $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
 שהיא חזרה, וכן, למשל

~~$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$~~

ולכן יש אינה חזרה חלקית נדמה לית.
 (3) $F \in C(G)$ אם לכל $g = cx+d$ יק"ו $Fg = gF$
 נסו $F = ax+b$

$Fg = a(cx+d) + b = acx + (ad+b)$

$gF = c(ax+b) + d = acx + (abc+d)$

3/11/2020

דוגמה $c=d=0$ ו-3

$$b=0$$

דוגמה $c=0, d=1$ ו-2

$$a=1$$

$$\text{כלומר } f(x) = 1x + 0 = x$$

$$C(G) = \{e\}$$

① ② ההתאמה $\psi: K \rightarrow aK$ מהמשוואות "ה"

$h \mapsto ah$ היא גזירה של וקטור מרחב ב

כל $ah_1 = ah_2$ אם $h_1 = h_2$ וקלים

$$|K| = |aK|$$

③ קל לראות שלכל $a, b \in G$ או $aK = bK$

או $aK \cap bK = \emptyset$ וכל $a \in G$ נגזר את aK

כאמור שר של קבוצת מחזור a, K

כל הקבוצות כאלו הן גזירי a אינן וכל

מספר אינן G הוא מחזור של a

④ וכל G חבורה מסדר p ראשוני, וכל $a \in G, a \neq e$

הי m השלם הקטן ביותר כך ש $a^m = e$ וכל

$\{e = a^0, a^1, \dots, a^{m-1}\}$ חבורה חלקית של G וכל

סדרה מתחלק את p ראשוני, וכל $m = p$

נבחר $\psi: \mathbb{Z}/p\mathbb{Z} \rightarrow G$ $\psi: \mathbb{Z}/p\mathbb{Z} \rightarrow a^{\mathbb{Z}}$ השלם

למעלה הוא $a^p = e$ וכל ההצגה מוגדרת על

המרחב הוא חבורה חלקית של G כולם וכל היא

גזירה וכל חבורה חלקית של $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ וכל הוא

ההצגה $p\mathbb{Z}$ גזירה הן לוקא, $(m)(\psi) = (m)(\psi)$ וכל

ענין הקשר בין 3 מרחבי

1. יהי G חבורה המטריצות ההפוכות 2×2 מעל H .
 קבוצת המטריצות המעלות -1 ו 0 הפיכה השלילית הממלכת.

$$f \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix}$$

2. הבה H חבורת חבור G של G . הבה f תמונה.

$$\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$$

3. הבה f תמונה של G על H הבה f תמונה של G על H .

4. הבה f תמונה של G על H הבה f תמונה של G על H .

2. יהי R חבורה 2×2 מעל A הקבוצה הקטנה.

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. יהי A חבורה 2×2 מעל A הקבוצה הקטנה.

3. יהי G חבורה 2×2 מעל A הקבוצה הקטנה.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. יהי G חבורה 2×2 מעל A הקבוצה הקטנה.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. יהי G חבורה 2×2 מעל A הקבוצה הקטנה.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. יהי G חבורה 2×2 מעל A הקבוצה הקטנה.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Algebra 21 - 2017

1. Sei ϕ ein Isomorphismus zwischen zwei Gruppen G und H .
 Gegeben sei ein Element $a \in G$. Zeige, dass $\phi(a)$ das neutrale Element in H ist.

$$\phi(1_G) = 1_H$$

2. Sei ϕ ein Isomorphismus zwischen zwei Gruppen G und H .
 Gegeben sei ein Element $a \in G$. Zeige, dass $\phi(a)$ das neutrale Element in H ist.

$$\phi(a) \cdot \phi(a^{-1}) = \phi(a \cdot a^{-1}) = \phi(1_G) = 1_H$$

3. Sei ϕ ein Isomorphismus zwischen zwei Gruppen G und H .
 Gegeben sei ein Element $a \in G$. Zeige, dass $\phi(a)$ das neutrale Element in H ist.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d & 0 \\ 0 & e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ad & 0 \\ 0 & ce \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

$$\frac{-6b^2}{9c}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$T = T^T$$

שאלה 17

הוכח שהקבוצה H היא תת-קבוצה נורמלית של G .
 נתון: $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{F} \right\}$ ו- $H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, c \in \mathbb{F}^* \right\}$.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a' & b' \\ 0 & c' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aa' & ab' + bc' \\ 0 & cc' \end{pmatrix} \in H$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{b}{ac} \\ 0 & \frac{1}{c} \end{pmatrix} \in H$$

לכן $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in G$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in H$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \notin H$$

H אינה נורמלית.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = F\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = F\left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right] \neq F\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right) F\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

לכן F אינה הומומורפיזם.

$$F\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a' & b' \\ 0 & c' \end{pmatrix}\right) = F\left(\begin{pmatrix} aa' & ab' + bc' \\ 0 & cc' \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} aa' & 0 \\ 0 & cc' \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a' & 0 \\ 0 & c' \end{pmatrix} = F\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}\right) F\left(\begin{pmatrix} a' & b' \\ 0 & c' \end{pmatrix}\right)$$

$$\ker F = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \in H \mid F\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid b \in \mathbb{F} \right\}$$

$$T_a(b)T_a(c) = a^{-1}baa^{-1}ca = a^{-1}bca = T_a(bc)$$

כלומר $T_a(b) = T_a(c)$ נובע כי $b=c$ (כי T_a הפיכה)

$$a^{-1}ba = a^{-1}ca$$

נכפול משמאל ב a ונקבל $a^{-1}ba = a^{-1}ca$

$$b=c$$

כלומר T_a הפיכה. נראה כי $T_a^{-1} = T_a$

$$T_a(a b a^{-1}) = a^{-1} a b a^{-1} a = b$$

כלומר T_a הפיכה. נראה כי $T_a^{-1} = T_a$

הקדמה: כל המורכבים x הם $x = a^{-1}ba$ עבור a, b כלשהם. נראה כי T_a הפיכה. נראה כי $T_a^{-1} = T_a$

$$T_a T_b x = T_a b^{-1} x b = a^{-1} b^{-1} x b a = (ba)^{-1} x (ba) = T_{ba} x$$

כלומר $T_a T_b = T_{ba}$

$$T_{a^{-1}} T_a x = T_{a^{-1}} a^{-1} x a = (a^{-1})^{-1} a^{-1} x a a^{-1} = x$$

כלומר $T_{a^{-1}} T_a = I$

$$T_a x = T_b x$$

$$a^{-1} x a = b^{-1} x b$$

נכפול משמאל ב a ונקבל $x a = a b^{-1} x b$

$$x a b = a b^{-1} x b^2$$

$$x a b = a b^{-1} x b^2$$

$$x a b = a b^{-1} x b^2$$

אלגברה ב' 4, ג' 4, ג' 4, ג' 4

1. G היא תוצאה של אינדוקציה. הוכיחו כי Z היא מהצורה Z_m . (יחי)

I איננו 1 סה. החלוקה המינימלית I היא Z $(I = m \cdot Z)$.

2. תוצאה של אינדוקציה. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

3. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

4. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

5. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

6. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

7. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

8. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

9. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

10. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

11. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

12. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

13. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

14. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

15. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

16. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

17. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

18. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

19. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

20. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

21. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

22. G היא תוצאה של אינדוקציה. Z היא תוצאה של אינדוקציה.

1. א. הוגה שהיציאות היתריות ב Z הם מהצורה zm . (יהי I היציאה 1 מה החלוקה המינימלית ב I הוגה ש $I = m_0 Z$).
 ב. הוגה שאפשר לכתוב את היציאות האמיתיות האמיתיות לא סריגיות.

2. א. נשים את Z_2 החבורה ואלה הכפול של Z_2 .
 ב. כמה מטריצות יש בחלק המטריצות מסדר 2×2 מה Z_2 .
 ג. מצא את כל המטריצות ההפיכות בחלק הזה.

3. ג. יהי H חבורה חלקית של G ו A חבורה חלקית נורמלית ב G .
 א. הוגה ש $H \cdot A$ חבורה ו A חבורה חלקית ב $H \cdot A$.
 ב. יהי σ השלל של G , ב G/A דהיינו σ צמצום
 ס σ H . הוגה ש σ היא $\frac{HK}{K}$ (הצורה $K \cap H$ כואמר).
 (משפט האיזומורפיזם) $\frac{H}{K \cap H} \cong \frac{HK}{K}$

4. G ו H חבורות. המכפלה הקרוסית היא החבורה
 $G \times H = \{ \langle g, h \rangle \mid g \in G, h \in H \}$
 עם הכפל $\langle g, h \rangle \cdot \langle g', h' \rangle = \langle gg', hh' \rangle$

א. הוכח ש $G \times H$ חבורה
 ב. $G \times H$ קומוטטיבית אם ו G ו H קומוטטיביות.
 ג. אם g מסדר m ו h מסדר n אז $\langle g, h \rangle$ מסדר $[m, n]$ (הכ"מ)

ד. אם מספר טבעי m ניתן למספר אלמנטים m (למשל 4, 8, 9, 12, 16, 18 וכו') הרי שיש לפחות שתי חבורות בנות m עצמים, אחת בדיקלית ואחת לא. כמצי: הציג את m כמכפלה $m = k \cdot m'$ כאשר $m' < [k, m]$. קח G ו H בדיקליות מהסדרים m ו k .

$I \subset \mathbb{Z}$ איז אן אידיאל וואו n_0 איז דער קטנסטער איינציגער.
 $I = \{m \in \mathbb{Z} : m \text{ איז א מולטיפליקאציע פון } n_0\}$

$$m = qn_0 + r \quad 0 \leq r < n_0$$

און $qn_0 \in I$ ווייל qn_0 איז א מולטיפליקאציע פון n_0 .
 און $r \in I$ ווייל $r = m - qn_0$ און $m, qn_0 \in I$.
 און $r < n_0$ און $r \in I$ און n_0 איז דער קטנסטער איינציגער.
 און $r = 0$ און $m = qn_0$.
 און I איז אן אידיאל וואו n_0 איז דער קטנסטער איינציגער.

$$I = n_0 \mathbb{Z}$$

אן אידיאל וואו n_0 איז דער קטנסטער איינציגער.

F איז אן אידיאל וואו $1 \in F$ און $F \subset I$ און $I \subset F$ און $F = I$.

און $1 \in F$ און $F \subset I$ און $I \subset F$ און $F = I$.

און $1 \in F$ און $F \subset I$ און $I \subset F$ און $F = I$.

און $1 \in F$ און $F \subset I$ און $I \subset F$ און $F = I$.

•	0	1
0	0	0
1	0	1

+	0	1
0	0	0
1	0	1

און $1 \in F$ און $F \subset I$ און $I \subset F$ און $F = I$.

און $1 \in F$ און $F \subset I$ און $I \subset F$ און $F = I$.

און $1 \in F$ און $F \subset I$ און $I \subset F$ און $F = I$.

2-18-4-1022

$p = hke \in HK$

$p^{-1} = (hk)^{-1} = \cancel{h^{-1}k^{-1}} = k^{-1}h^{-1} = h^{-1}k^{-1}h^{-1} = (h^{-1})(hk^{-1}h^{-1}) \in HK$

HK $\triangleleft G$. $HK \subseteq G$. $\sigma: G \rightarrow G$

$g \mapsto gK$
 $h \in H \subseteq HK$
 $\sigma|_H$ $\rho = gK$
 $p \in HK/K$
 $q = hK$ $j \in H, k \in K$

$p = qK = hK = hK$

$\sigma(h) = p$
 $hK = K$
 $\ker \sigma|_H = H \cap K$
 $\ker \sigma|_H \subseteq K$

$H / \ker \sigma|_H \cong \text{Im } \sigma|_H$

$H / H \cap K \cong HK / K$

$(g, h)^{-1} = (g^{-1}, h^{-1})$

[Faint handwritten notes and equations at the bottom of the page, including $[K']$ and various group-theoretic expressions.]

משפט

האקסיומה הראשונה - 5

המשפט הראשון

המשפט הראשון. הוכחה. $a^r \rightarrow a^{kr}$ היא האקסיומה הראשונה.

אם a ו- r הם מספרים טבעיים, אז a^r הוא מספר טבעי.

אם a הוא מספר טבעי, אז $a^0 = 1$.

אם a הוא מספר טבעי, אז $a^1 = a$.

המשפט הראשון. $H \subseteq G$ הוא תת-קבוצה של G .

אם $a \in H$, אז $a^k \in H$ לכל $k \in \mathbb{N}$.

המשפט הראשון. הוכחה. ההוכחה הראשונה היא שהמשפט הראשון הוא נכון.

המשפט הראשון. הוכחה. a הוא מספר טבעי.

המשפט הראשון. הוכחה. a^k הוא מספר טבעי לכל $k \in \mathbb{N}$.

המשפט הראשון. הוכחה. a^k הוא מספר טבעי לכל $k \in \mathbb{N}$.

המשפט הראשון - הוכחה ראשונה:

המשפט הראשון. הוכחה. a^k הוא מספר טבעי לכל $k \in \mathbb{N}$.

המשפט הראשון. הוכחה. a^k הוא מספר טבעי לכל $k \in \mathbb{N}$.

המשפט הראשון. הוכחה. a^k הוא מספר טבעי לכל $k \in \mathbb{N}$.

המשפט הראשון. הוכחה. a^k הוא מספר טבעי לכל $k \in \mathbb{N}$.

המשפט הראשון. הוכחה. a^k הוא מספר טבעי לכל $k \in \mathbb{N}$.

המשפט הראשון. הוכחה. a^k הוא מספר טבעי לכל $k \in \mathbb{N}$.

המשפט הראשון. הוכחה. a^k הוא מספר טבעי לכל $k \in \mathbb{N}$.

THE consistency of the continuum hypothesis

המשפט הראשון - תורת החבורות

המשפט הראשון: $a^n = a^{n \bmod \phi(a)}$ כאשר a איננו מתחלק ב- n .
 הוכחה: נניח a איננו מתחלק ב- n . נגדיר a^k כ- a מרובע k פעמים.
 נראה כי $a^{\phi(a)} = 1$ (כאשר ϕ היא פונקציית יורדן).
 נניח a איננו מתחלק ב- n . נגדיר a^k כ- a מרובע k פעמים.
 נראה כי $a^{\phi(a)} = 1$ (כאשר ϕ היא פונקציית יורדן).

המשפט השני: $H \leq G$ חבורת חבורה קטנה יותר, G/H חבורת חבורה קטנה יותר.
הוכחה:

המשפט השלישי: $a \in \mathbb{Z}_n$ כאשר a איננו מתחלק ב- n .
 הוכחה: נניח a איננו מתחלק ב- n . נגדיר a^k כ- a מרובע k פעמים.
 נראה כי $a^{\phi(a)} = 1$ (כאשר ϕ היא פונקציית יורדן).

המשפט הרביעי: $a \in \mathbb{Z}_n$ כאשר a איננו מתחלק ב- n .
 הוכחה: נניח a איננו מתחלק ב- n . נגדיר a^k כ- a מרובע k פעמים.
 נראה כי $a^{\phi(a)} = 1$ (כאשר ϕ היא פונקציית יורדן).

המשפט החמישי - תורת החבורות

המשפט החמישי: $a \in \mathbb{Z}_n$ כאשר a איננו מתחלק ב- n .
 הוכחה: נניח a איננו מתחלק ב- n . נגדיר a^k כ- a מרובע k פעמים.
 נראה כי $a^{\phi(a)} = 1$ (כאשר ϕ היא פונקציית יורדן).

המשפט השישי: $a \in \mathbb{Z}_n$ כאשר a איננו מתחלק ב- n .
 הוכחה: נניח a איננו מתחלק ב- n . נגדיר a^k כ- a מרובע k פעמים.
 נראה כי $a^{\phi(a)} = 1$ (כאשר ϕ היא פונקציית יורדן).

המשפט השביעי: $a \in \mathbb{Z}_n$ כאשר a איננו מתחלק ב- n .
 הוכחה: נניח a איננו מתחלק ב- n . נגדיר a^k כ- a מרובע k פעמים.
 נראה כי $a^{\phi(a)} = 1$ (כאשר ϕ היא פונקציית יורדן).

המשפט השמיני: $a \in \mathbb{Z}_n$ כאשר a איננו מתחלק ב- n .
 הוכחה: נניח a איננו מתחלק ב- n . נגדיר a^k כ- a מרובע k פעמים.
 נראה כי $a^{\phi(a)} = 1$ (כאשר ϕ היא פונקציית יורדן).

המשפט התשיעי: $a \in \mathbb{Z}_n$ כאשר a איננו מתחלק ב- n .
 הוכחה: נניח a איננו מתחלק ב- n . נגדיר a^k כ- a מרובע k פעמים.
 נראה כי $a^{\phi(a)} = 1$ (כאשר ϕ היא פונקציית יורדן).

המשפט העשירי: $a \in \mathbb{Z}_n$ כאשר a איננו מתחלק ב- n .
 הוכחה: נניח a איננו מתחלק ב- n . נגדיר a^k כ- a מרובע k פעמים.
 נראה כי $a^{\phi(a)} = 1$ (כאשר ϕ היא פונקציית יורדן).

סדרון תצפית של האלמנטים

(1) נסמן את ההצטרף F ונניח:
 $F(a^m a^n) = F(a^{m+n}) = a^{k(m+n)} = a^{km} a^{kn} = F(a^m) F(a^n)$
 ולכן F הוא הומומורפיזם של קבוצות.

(2) הסדר של a הוא הסדר האיריזי דחבורה הנורמלית A .

a^k אינו דחבורה הנורמלית של a , ולכן הסדר של a^k אינו זהה לסדר של a .
 אם נשקף לעינינו, נחלק את סדר הדחבורה הנורמלית של a^k לסדר של a .
 ולכן הסדר של a^k הוא הסדר של a .

(3) יהי n הסדר של a ו- m הסדר של a^k . נוכחנו

כבר ש n חלוקה על m . יתקיים $n = (a^k)^m = a^{km}$ ולכן

n מתחלק ב- km , אבל n אינו מתחלק ב- k , ולכן

m חלוקה על n . חלוקה קבולה $n = m$. ואם

$\langle a \rangle < \langle a^k \rangle$ ויש להם את אותו מספר איריזי

ולכן $\langle a \rangle = \langle a^k \rangle$ נגד.

(2) האנטי-סטרקטורה הוכחה אינה נכונה. צגנו:

$S_3 = \{123, 213, 132, 321, 231, 312\}$

$H = \{123, 231, 312\}$

ואם $H < G$, H קומוטטיבית G/H ציקלית אך

G אינה קומוטטיבית.

(3) יהי R חבורה אברה U קבוצת ההפכים של

(1) $a \in R \implies a^{-1} \in R$ ולכן a הפך ולכן $a \in U$

(2) אם $a \in U$ אז קיים $a^{-1} \in R$ כך ש $aa^{-1} = e$

ואם a הוא הפך של a^{-1} ולכן a^{-1} הפך פשוט $a^{-1} \in U$

$(x-1)(x+1)=0$ זוגי $x=1$ או $x=-1$ כלומר
 $(p-1)^2=1^2=1$ $x=p-1$ או $x=-p-1$ p זוגי
 p זוגי

$(p-1)! = (p-1) \cdot 1 = p-1$

$p \mid (p-1)! + 1$ וכן $(p-1)! + 1 = p = 0 \pmod p$

אם k לא ראשוני אזי $k=m$ כאשר $k < m$ וכן
 $m \mid (k-1)! + 1$ וכן $m \mid (k-1)!$ וכן $m \mid (k-1)! + 1$
 (כי $m \neq 1$) וקדם ומועד k שהוא כפול של m של הוא אינו
 מתחלק את $(k-1)! + 1$

ואם k ראשוני אז k חולק את $(k-1)! + 1$ כלומר
 $k \mid (k-1)! + 1$ או $k \mid (k-1)!$ וזה האחרון
 בלתי אפשרי כי k ראשוני וקטן מ- k

1) כל של n מתבטל רק ב-1 או n עצמו.

2) מספרים ראשוניים הם המספרים הנותרים
 לאחר חלוקת n במספרים ראשוניים קטנים מ- n .

3) אם n זוגי אז n מתחלק ב-2.

אם n אינו זוגי אז n אינו מתחלק ב-2. אם n אינו מתחלק ב-2 אז n ראשוני.
 אם n ראשוני אז n אינו מתחלק ב-2. אם n אינו ראשוני אז n מתחלק ב-2.
 1) אם n ראשוני אז n אינו מתחלק ב-2.
 2) אם n אינו ראשוני אז n מתחלק ב-2.

אלגוריתם 1 - גרסה מס 6 גמא 3

1. ג. חלף 28 או 6 הולכים על החלוקה החסרית.
2. $13, 5, 7$ ק. מה היה החלוקה הכללית $(8/5)$ של המספרים ההפוכים $2/8$.
או ג. האם $U(8)$ ציקלי? אם כן, מהם האם כל הולכים שלה.
3. כמה חלוקה קאמטוטובילי יש בהם? מהם מספרים הפאוס?

(האר אלמ.)

$$\begin{array}{c}
 18 \\
 2 \times 3 \times 3 \\
 9 \times 2
 \end{array},
 \begin{array}{c}
 28 \\
 4 \times 7 \\
 2 \times 2 \times 7
 \end{array},
 \begin{array}{c}
 16 \\
 2 \times 8 \\
 2 \times 2 \times 4 \\
 4 \times 4 \\
 2 \times 2 \times 2 \times 2
 \end{array},
 \begin{array}{c}
 36 \\
 4 \times 9 \\
 2 \times 2 \times 9 \\
 4 \times 3 \times 3 \\
 2 \times 2 \times 3 \times 3
 \end{array}$$

4. שאלה חציה: האם זה הפירוק?

1. אסרה אין אינזאים או האלף האלטרופיאל לא יודעוה.
2. הם חלוקה אב 1 אב אאל הסבר
3. 22 / 2 אינזאונים בחלקם אבא
4. 22 / 2 אינזאונים בחלוקה חסרית.

5. אם A חלף אז $a \in A$: $(a, a) \in A$ הוא אינזא. כל צדדי $A \times A$.

5. ג. $\log_a x$ הוא אינזאונים על $\dots$ על $\dots$

- א. $x \rightarrow |x|$ (אין = הערך המוחלט) הוא האלטרופיאל $\dots$
- ב. $A \rightarrow |A|$ (הצטרפות) הוא האלטרופיאל $\dots$

(אין ציקל אבא)

[Faint handwritten notes at the bottom of the page]

$$U(g) = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$$

2.6.1

$$\begin{aligned} z_{36} &\cong z_2 \times z_9 & ; & \quad z_2 \times z_3 \times z_3 \cong z_3 \times z_6 & : 28 \text{ RO } (3) \\ z_{24} &\cong z_4 \times z_6 & ; & \quad z_2 \times z_{14} \cong z_2 \times z_7 \times z_7 & : 28 \text{ RO} \\ z_2 \times z_2 \times z_2 \times z_2, z_2 \times z_2 \times z_4, z_2 \times z_8, z_4 \times z_4, z_{16} & : 16 \text{ RO} \\ z_2 \times z_2 \times z_3 \times z_3 &\cong z_6 \times z_6 \cong z_6 \times z_2 \times z_3 & : 36 \text{ RO} \\ z_4 \times z_3 \times z_3 &\cong z_{12} \times z_2 \\ z_2 \times z_2 \times z_9 &\cong z_2 \times z_{18} \\ z_4 \times z_9 &\cong z_{36} \end{aligned}$$

מקבילית בין איזומורפיזמים מהאנדרטופיה אל
טריאנגולר וזה כבר הוא תרגיל קודם
נציג $F: G \rightarrow G$ "4

$$x \mapsto a x a^{-1}$$

F איזומורפיזם וזה כבר הוא תרגיל קודם
ובן $ab = a b a^{-1} = F(ba)$ קל לראות
איזומורפיזם מהר של סדר 2 ופונקציה $\phi(ba) = \phi(ab)$
($y = F(x)$ אז $F(x \circ(x)) = F(e) = e$ ופונקציה
($x = F^{-1}(y)$ הוא גם איזומורפיזם F^{-1} $\phi(y)/\phi(x)$)
ובכן $\phi(x)/\phi(y)$ וליחז $\phi(x) = \phi(y)$

(2) z ו z לא איזומורפיזם כחוקים. אם
 $F: Z \rightarrow Z$ היה איזומורפיזם אזי הוא היה
מעבר יוצר לזרוע ה-3 ויהא z ה
 z ו $-z$ וכן היה מתקין

$$\begin{aligned} \text{סגורה} \quad z &= F(1) = F(1 \cdot 1) = F(1) \cdot F(1) = z \cdot z = 4 \\ \text{סגורה} \quad -z &= F(1) = F(1 \cdot 1) = F(1) \cdot F(1) = (-2)(-2) = 4 \\ z &\mapsto 2x \quad \text{הוא איזומורפיזם של } z \end{aligned}$$

תרגיל 6 ק"ש 3

$$A \times A \quad I = \{(a, a) \mid a \in A\} \quad (1)$$

כ"א I היא אידיאל, I היא חבורה

$$(A \times A) I \ni (1, 0)(1, 1) = (1, 1) = (1, 0) \notin I$$

המספר $x \mapsto \log_a x$ הוא איזומורפיזם של חבורה
המספרים הממשיים החיוביים על סגור הפתח
חבורה הממשיים בעזרת התקנה. נולד מתוך
 $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

$x \mapsto |x|$ הוא איזומורפיזם של חבורה
הפתח של המספרים המרוכבים על חבורה
הפתח של הממשיים החיוביים. מתוך

$$|r_1 e^{i\theta_1}| |r_2 e^{i\theta_2}| = r_1 r_2 = |r_1 r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}| = |r_1 e^{i\theta_1} r_2 e^{i\theta_2}|$$

$A \mapsto |A|$ הוא חבורה $GL_n(\mathbb{R})$ (חבורה
המיוצגת מאחורי ההרכבה R , בעזרת כח
מיוצגת) $R \setminus \{0\}$ בעזרת כח.

$$\gamma [M_{\epsilon, \gamma}(W)] \rightarrow \int_{\frac{1}{2}}^2$$

81

100%

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

48

קובינר וקור

אמר-ע' קצתם הוכחה 'קומה'

mergelyan fo

מה יהיה קצתם אף אף

שלגמי חושן אף אף אף אף
אף אף אף אף אף אף
אף אף אף אף אף אף

אף אף אף אף אף אף

$\left[\begin{matrix} (u) \\ (u) \end{matrix} \right] \rightarrow \left[\begin{matrix} 1 \\ 5 \end{matrix} \right]$

אלגוריתם 12-תרגיל 7

- ① קח R יש $3^4 = 81$ מטריצות
 ② החבורה החיקורית R היא 3×3 היא
 כי כל איבר בה הוא מסדר 3. הקבוצה
 קטנה ביותר היוצרת את R היא

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

הקבוצה של יוצרת את R כי

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

והיא מנישאת כי אם R נוצר "4" הקבוצה
 בת 3 איברים, אבל אי אפשר להאריך (הקבוצה
 הוא לכל היותר מסדר 3, אבל R לכל היותר
 2 איברים.

② חבורתיות של I טריגיאליה וכן

$$\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xa+yc & xb+yd \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in I$$

③ אינאל שטחי יהיה חסאולס כל המטריצות
 מהצורה

$$\begin{pmatrix} x & 0 \\ y & 0 \end{pmatrix}$$

② נניח $I < R$ אינאל חסאולס $I \neq \{0\}$. כל

קחת $A \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in I$ כך שלכל a, b, c, d

ש"ס, $a \neq 0$ וקודם $a \neq 0$ כי נניח
 מתכפל במטריצת השוליות שורה או
 עמודה I

2037

ע. נקודות

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in IRI \subset I$$

לפי

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in IRI \subset I$$

אם $a \neq 0$ וכן a^{-1} קיים $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in I$

אם $a = 0$ וכן a^{-1} קיים $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^{-1} & 0 \\ 0 & a^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} \in I$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} A \in IRI \subset I \quad A \in R$$

כלומר $I = R$

3) משריבנות בעלות 3 או 4 אלמנטים הם קטנים

הפיכות

משריבנות בעלות 2 אלמנטים הפיכות הם מהצורה

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \text{ או } \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix} \text{ כאשר } a, b \neq 0$$

ובסך הכל יש 8

משריבנות בעלות 0 או 1 אלמנטים הן מהצורה:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & a \\ 0 & c \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & 0 \end{pmatrix}$$

מכל צורה יש 8 משריבנות ובסך הכל יש $4 \times 8 = 32$

משריבנות מהצורה $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ כאשר a, b, c, d הם

הפיכה אחת $ad \neq bc$ אם a, b, c, d הם

אחד משני הסוגים $ad = bc$ ואם אחד מהם הוא

כולם נקבעים גשני אופני. אם a, b, c, d הם

מסובים הם, ואם הוא יכול גם כן להיות

גשני אופני. המספרים $8 + 32 + 8 = 48$ משריבנות

הם 48 משריבנות והפיכות 32

