

Pensieve header: Solving the KV equations ( $\hbar=0$ ).

Follows code in Projects/SL2Portfolio/SL2PortfolioProgram.nb.

## Startup

```
In[ ]:= SetDirectory["C:\\drorbn\\AcademicPensieve\\Projects\\SL2Portfolio2"];
Once[<< KnotTheory`];
Once[<< "../Profile/Profile.m"];
<< "Engine-Speedy.m";
<< "Objects.m";
$ $\hbar$  = 0;
$QZipFail = True;
HL[ $\mathcal{E}$ ] := Style[ $\mathcal{E}$ , Background -> Green];
```

Loading KnotTheory` version of January 20, 2015, 10:42:19.1122.

Read more at <http://katlas.org/wiki/KnotTheory>.

This is Profile.m of <http://www.drorbn.net/AcademicPensieve/Projects/Profile/>.

This version: June 2018. Original version: July 1994.

```
In[ ]:=  $R_{i,j}$ 
```

```
Out[ ]:=  $E_{\{i\} \rightarrow \{i,j\}}[\hbar a_j b_i, \hbar x_j y_i, 1]$ 
```

```
In[ ]:=  $V_{0_{i,j}} := E_{\{i\} \rightarrow \{i,j\}}[\frac{\hbar}{2} a_j b_i, \hbar F[B_i, B_j] y_i x_j + \hbar G[B_i, B_j] x_i y_j, \omega[B_i, B_j]];$   
 $V_{0_{i,j}}$ 
```

```
Out[ ]:=  $E_{\{i\} \rightarrow \{i,j\}}[\frac{1}{2} \hbar a_j b_i, \hbar F[B_i, B_j] x_j y_i + \hbar G[B_i, B_j] x_i y_j, \omega[B_i, B_j]]$ 
```

```
In[ ]:=  $R41 = (V_{0_{-1,-2}}(R_{1,3} // C_{\Delta_{1 \rightarrow 1,2}})) // c_{m_{-1,1 \rightarrow 1}} // c_{m_{-2,2 \rightarrow 2}}$ 
```

```
Out[ ]:=  $E_{\{i\} \rightarrow \{1,2,3\}}[\frac{1}{2} \hbar a_2 b_1 + \hbar a_3 b_1 + \hbar a_3 b_2, \hbar F[B_1, B_2] x_2 y_1 + \hbar x_3 y_1 + \gamma \hbar^2 F[B_1, B_2] b_2 x_3 y_1 + \hbar G[B_1, B_2] x_1 y_2 + \gamma \hbar^2 G[B_1, B_2] b_1 x_3 y_2 + \hbar \sqrt{B_1} x_3 y_2, \omega[B_1, B_2] + O[\epsilon]^1]$ 
```

```
In[ ]:=  $R4r = (R_{-2,-3} R_{-1,3} // c_{m_{-3,3 \rightarrow 3}}) V_{0_{1,2}} // c_{m_{-1,1 \rightarrow 1}} // c_{m_{-2,2 \rightarrow 2}}$ 
```

```
Out[ ]:=  $E_{\{i\} \rightarrow \{1,2,3\}}[\frac{1}{2} \hbar a_2 b_1 + \hbar a_3 b_1 + \hbar a_3 b_2, \hbar F[B_1, B_2] x_2 y_1 + \hbar x_3 y_1 + \hbar G[B_1, B_2] x_1 y_2 + \hbar B_1 x_3 y_2, \omega[B_1, B_2] + O[\epsilon]^1]$ 
```

```
In[ ]:= Simplify[R41 == R4r]
```

```
Out[ ]:=  $\hbar x_3 (\gamma \hbar F[B_1, B_2] b_2 y_1 + (\gamma \hbar G[B_1, B_2] b_1 + \sqrt{B_1} - B_1) y_2) == 0$ 
```

```
In[ ]:= Simplify[ $\frac{\sqrt{B_1} - B_1}{-\gamma b_1}$ ]
```

```
Out[ ]:=  $\frac{-\sqrt{B_1} + B_1}{\gamma b_1}$ 
```

$$\text{In[*]:= } \mathbf{V0}_{i,j} := \mathbb{E}_{\{\} \rightarrow \{i,j\}} \left[ \frac{\hbar}{2} \mathbf{a}_j \mathbf{b}_i, \frac{-\sqrt{\mathbf{B}_i} + \mathbf{B}_i}{\gamma \mathbf{b}_i} \mathbf{x}_i \mathbf{y}_j, \omega[\mathbf{B}_i, \mathbf{B}_j] \right];$$

$$\mathbf{V0}_{3,4}$$

$$\text{Out[*]:= } \mathbb{E}_{\{\} \rightarrow \{3,4\}} \left[ \frac{1}{2} \hbar \mathbf{a}_4 \mathbf{b}_3, \frac{(-\sqrt{\mathbf{B}_3} + \mathbf{B}_3) \mathbf{x}_3 \mathbf{y}_4}{\gamma \mathbf{b}_3}, \omega[\mathbf{B}_3, \mathbf{B}_4] \right]$$

$$\text{In[*]:= } \mathbf{R41} = (\mathbf{V0}_{-1,-2} (\mathbf{R}_{1,3} // \mathbf{c}\Delta_{1 \rightarrow 1,2})) // \mathbf{c}m_{-1,1 \rightarrow 1} // \mathbf{c}m_{-2,2 \rightarrow 2}$$

$$\text{Out[*]:= } \mathbb{E}_{\{\} \rightarrow \{1,2,3\}} \left[ \frac{1}{2} \hbar \mathbf{a}_2 \mathbf{b}_1 + \hbar \mathbf{a}_3 \mathbf{b}_1 + \hbar \mathbf{a}_3 \mathbf{b}_2, \right.$$

$$\left. \frac{\gamma \hbar \mathbf{b}_1 \mathbf{x}_3 \mathbf{y}_1 - \sqrt{\mathbf{B}_1} \mathbf{x}_1 \mathbf{y}_2 + \mathbf{B}_1 \mathbf{x}_1 \mathbf{y}_2 + \gamma \hbar \mathbf{b}_1 \mathbf{B}_1 \mathbf{x}_3 \mathbf{y}_2}{\gamma \mathbf{b}_1}, \omega[\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2] + \mathcal{O}[\epsilon]^1 \right]$$

$$\text{In[*]:= } \mathbf{R4r} = (\mathbf{R}_{-2,-3} \mathbf{R}_{-1,3} // \mathbf{c}m_{-3,3 \rightarrow 3}) \mathbf{V0}_{1,2} // \mathbf{c}m_{-1,1 \rightarrow 1} // \mathbf{c}m_{-2,2 \rightarrow 2}$$

$$\text{Out[*]:= } \mathbb{E}_{\{\} \rightarrow \{1,2,3\}} \left[ \frac{1}{2} \hbar \mathbf{a}_2 \mathbf{b}_1 + \hbar \mathbf{a}_3 \mathbf{b}_1 + \hbar \mathbf{a}_3 \mathbf{b}_2, \right.$$

$$\left. \frac{\gamma \hbar \mathbf{b}_1 \mathbf{x}_3 \mathbf{y}_1 - \sqrt{\mathbf{B}_1} \mathbf{x}_1 \mathbf{y}_2 + \mathbf{B}_1 \mathbf{x}_1 \mathbf{y}_2 + \gamma \hbar \mathbf{b}_1 \mathbf{B}_1 \mathbf{x}_3 \mathbf{y}_2}{\gamma \mathbf{b}_1}, \omega[\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2] + \mathcal{O}[\epsilon]^1 \right]$$

$$\text{In[*]:= } \mathbf{HL@Simplify}[\mathbf{R41} \equiv \mathbf{R4r}]$$

Out[\*]= True

$$\text{In[*]:= } \overline{\mathbf{V0}}_{i,j} := \mathbb{E}_{\{\} \rightarrow \{i,j\}} \left[ -\frac{\hbar}{2} \mathbf{a}_j \mathbf{b}_i, \hbar \mathbf{F}[\mathbf{B}_i, \mathbf{B}_j] \mathbf{x}_j \mathbf{y}_i + \hbar \mathbf{G}[\mathbf{B}_i, \mathbf{B}_j] \mathbf{x}_i \mathbf{y}_j, \bar{\omega}[\mathbf{B}_i, \mathbf{B}_j] \right];$$

$$\overline{\mathbf{V0}}_{i,j}$$

$$\text{Out[*]:= } \mathbb{E}_{\{\} \rightarrow \{i,j\}} \left[ -\frac{1}{2} \hbar \mathbf{a}_j \mathbf{b}_i, \hbar \mathbf{F}[\mathbf{B}_i, \mathbf{B}_j] \mathbf{x}_j \mathbf{y}_i + \hbar \mathbf{G}[\mathbf{B}_i, \mathbf{B}_j] \mathbf{x}_i \mathbf{y}_j, \bar{\omega}[\mathbf{B}_i, \mathbf{B}_j] \right]$$

$$\text{In[*]:= } \mathbf{Simplify} /@ (\overline{\mathbf{V0}}_{-1,-2} \mathbf{V0}_{1,2} // \mathbf{c}m_{-1,1 \rightarrow 1} // \mathbf{c}m_{-2,2 \rightarrow 2})$$

$$\text{Out[*]:= } \mathbb{E}_{\{\} \rightarrow \{1,2\}} \left[ \theta, \frac{1}{\gamma \mathbf{b}_1} \right.$$

$$\left. \left( \gamma \hbar \mathbf{F}[\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2] \sqrt{\mathbf{B}_1} \left( \mathbf{b}_2 \left( -1 + \sqrt{\mathbf{B}_1} \right) \mathbf{x}_1 + \mathbf{b}_1 \mathbf{x}_2 \right) \mathbf{y}_1 + \left( -1 + \gamma \hbar \mathbf{G}[\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2] \mathbf{b}_1 + \sqrt{\mathbf{B}_1} \right) \mathbf{x}_1 \mathbf{y}_2 \right), \right.$$

$$\left. \omega[\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2] \bar{\omega}[\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2] + \mathcal{O}[\epsilon]^1 \right]$$

$$\text{In[*]:= } \mathbf{Solve} \left[ \left( -1 + \gamma \hbar \mathbf{G}[\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2] \mathbf{b}_1 + \sqrt{\mathbf{B}_1} \right) = \theta, \mathbf{G}[\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2] \right]$$

$$\text{Out[*]:= } \left\{ \left\{ \mathbf{G}[\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2] \rightarrow \frac{1 - \sqrt{\mathbf{B}_1}}{\gamma \hbar \mathbf{b}_1} \right\} \right\}$$

$$\text{In[*]:= } \overline{\mathbf{V0}}_{i,j} := \mathbb{E}_{\{\} \rightarrow \{i,j\}} \left[ -\frac{\hbar}{2} \mathbf{a}_j \mathbf{b}_i, \frac{1 - \sqrt{\mathbf{B}_i}}{\gamma \mathbf{b}_i} \mathbf{x}_i \mathbf{y}_j, \omega[\mathbf{B}_i, \mathbf{B}_j]^{-1} \right];$$

$$\overline{\mathbf{V0}}_{i,j}$$

$$\text{Out[*]:= } \mathbb{E}_{\{\} \rightarrow \{i,j\}} \left[ -\frac{1}{2} \hbar \mathbf{a}_j \mathbf{b}_i, \frac{(1 - \sqrt{\mathbf{B}_i}) \mathbf{x}_i \mathbf{y}_j}{\gamma \mathbf{b}_i}, \frac{1}{\omega[\mathbf{B}_i, \mathbf{B}_j]} \right]$$

$$\text{In[*]} := \overline{\mathbf{V0}}_{-1,-2} \mathbf{V0}_{1,2} // \mathbf{cm}_{-1,1 \rightarrow 1} // \mathbf{cm}_{-2,2 \rightarrow 2}$$

$$\text{Out[*]} := \mathbb{E}_{\{\} \rightarrow \{1,2\}} [\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{1} + \mathbf{O}[\epsilon]^1]$$

$$\begin{aligned} \text{In[*]} := & \mathfrak{M}_{i,j,k} := \text{Module}[\{\mathbf{s1}, \mathbf{s2}, \mathbf{s3}\}, \\ & \left( \left( \left( \overline{\mathbf{V0}}_{i,k} // \mathbf{cA}_{i \rightarrow i,j} \right) \overline{\mathbf{V0}}_{s1,s2} // \mathbf{cm}_{i,s1 \rightarrow i} // \mathbf{cm}_{j,s2 \rightarrow j} \right) \mathbf{V0}_{s2,s3} // \mathbf{cm}_{j,s2 \rightarrow j} // \mathbf{cm}_{k,s3 \rightarrow k} \right) \\ & \left( \mathbf{V0}_{s1,s2} // \mathbf{cA}_{s2 \rightarrow s2,s3} \right) // \mathbf{cm}_{i,s1 \rightarrow i} // \mathbf{cm}_{j,s2 \rightarrow j} // \mathbf{cm}_{k,s3 \rightarrow k} \\ & \left. \right]; \\ & \mathfrak{M}_{i,j,k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[*]} := & \mathbb{E}_{\{\} \rightarrow \{i,j,k\}} [\mathbf{0}, \\ & \left( b_i b_j x_i y_k - b_i b_j \sqrt{B_j} x_i y_k - b_j^2 \sqrt{B_j} x_i y_k + b_j^2 \sqrt{B_i} \sqrt{B_j} x_i y_k - b_i^2 x_j y_k + b_i^2 \sqrt{B_j} x_j y_k + \right. \\ & \left. b_i b_j \sqrt{B_j} x_j y_k - b_i b_j \sqrt{B_i} \sqrt{B_j} x_j y_k \right) / \left( \gamma b_i^2 b_j + \gamma b_i b_j^2 \right), \frac{\omega[B_i, B_j B_k] \omega[B_j, B_k]}{\omega[B_i, B_j] \omega[B_i B_j, B_k]} + \mathbf{O}[\epsilon]^1 \end{aligned}$$

$$\text{In[*]} := \text{lhs} = \left( \mathfrak{M}_{1,2,3} \left( \mathfrak{M}_{-1,-2,4} // \mathbf{cA}_{-2 \rightarrow -2,-3} \right) // \mathbf{cm}_{1,-1 \rightarrow 1} // \mathbf{cm}_{2,-2 \rightarrow 2} // \mathbf{cm}_{3,-3 \rightarrow 3} \right) \mathfrak{M}_{-2,-3,-4} // \mathbf{cm}_{2,-2 \rightarrow 2} // \mathbf{cm}_{3,-3 \rightarrow 3} // \mathbf{cm}_{4,-4 \rightarrow 4}$$

$$\begin{aligned} \text{Out[*]} := & \mathbb{E}_{\{\} \rightarrow \{1,2,3,4\}} [\mathbf{0}, \\ & \left( b_1^2 b_2 b_3 x_1 y_3 + b_1 b_2^2 b_3 x_1 y_3 + b_1 b_2 b_3^2 x_1 y_3 - b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_2} x_1 y_3 - 2 b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_2} x_1 y_3 - b_2^3 b_3 \sqrt{B_2} x_1 y_3 \right. \\ & y_3 - b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_2} x_1 y_3 - b_2^2 b_3^2 \sqrt{B_2} x_1 y_3 + b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} x_1 y_3 + b_2^3 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} x_1 y_3 + \\ & b_2^2 b_3^2 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} x_1 y_3 - b_1^3 b_3 x_2 y_3 - b_1^2 b_2 b_3 x_2 y_3 - b_1^2 b_3^2 x_2 y_3 + b_1^3 b_3 \sqrt{B_2} x_2 y_3 + \\ & 2 b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_2} x_2 y_3 + b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_2} x_2 y_3 + b_1^2 b_3^2 \sqrt{B_2} x_2 y_3 + b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_2} x_2 y_3 - \\ & b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} x_2 y_3 - b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} x_2 y_3 - b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} x_2 y_3 + b_1^2 b_2 b_3 x_1 y_4 + \\ & b_1 b_2^2 b_3 x_1 y_4 - b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 - 2 b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 - b_2^3 b_3 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 - \\ & b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 - b_2^2 b_3^2 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 + b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 + \\ & b_2^3 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 + b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 + b_2^2 b_3^2 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 + \\ & b_2^2 b_2 b_3 x_2 y_4 + b_1 b_2^2 b_3 x_2 y_4 - b_1^3 b_3 \sqrt{B_3} x_2 y_4 - 2 b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_3} x_2 y_4 - b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_3} x_2 y_4 - \\ & b_1^2 b_3^2 \sqrt{B_3} x_2 y_4 - b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_3} x_2 y_4 + b_1^3 b_3 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 + 2 b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 + \\ & b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 + b_1^2 b_3^2 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 + b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 - \\ & b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 - b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 - b_1^3 b_2 x_3 y_4 - 2 b_1^2 b_2^2 x_3 y_4 - \\ & b_1 b_2^3 x_3 y_4 + b_1^3 b_2 \sqrt{B_3} x_3 y_4 + 2 b_1^2 b_2^2 \sqrt{B_3} x_3 y_4 + b_1 b_2^3 \sqrt{B_3} x_3 y_4 + b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_3} x_3 y_4 + \\ & b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_3} x_3 y_4 - b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_3 y_4 - b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_3 y_4 \left. \right) / \\ & \left( \gamma b_1^3 b_2 b_3 + 2 \gamma b_1^2 b_2^2 b_3 + \gamma b_1 b_2^3 b_3 + \gamma b_1^2 b_2 b_3^2 + \gamma b_1 b_2^2 b_3^2 \right), \\ & \frac{\omega[B_1, B_2 B_3 B_4] \omega[B_2, B_3 B_4] \omega[B_3, B_4]}{\omega[B_1, B_2] \omega[B_1 B_2, B_3] \omega[B_1 B_2 B_3, B_4]} + \mathbf{O}[\epsilon]^1 \end{aligned}$$

In[\*]:= rhs = (c0\_{1,3,4} // cA\_{1→1,2}) (c0\_{-1,-2,-3} // cA\_{-3→-3,-4}) // cm\_{1,-1→1} // cm\_{2,-2→2} // cm\_{3,-3→3} // cm\_{4,-4→4}

Out[\*]:= E\_{{}→{1,2,3,4}} [0,

$$\begin{aligned} & \left( b_1^2 b_2 b_3 x_1 y_3 + b_1 b_2^2 b_3 x_1 y_3 + b_1 b_2 b_3^2 x_1 y_3 - b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_2} x_1 y_3 - 2 b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_2} x_1 y_3 - b_2^3 b_3 \sqrt{B_2} x_1 y_3 \right. \\ & \quad y_3 - b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_2} x_1 y_3 - b_2^2 b_3^2 \sqrt{B_2} x_1 y_3 + b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} x_1 y_3 + b_2^3 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} x_1 y_3 + \\ & \quad b_2^2 b_3^2 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} x_1 y_3 - b_1^3 b_3 x_2 y_3 - b_1^2 b_2 b_3 x_2 y_3 - b_1^2 b_3^2 x_2 y_3 + b_1^3 b_3 \sqrt{B_2} x_2 y_3 + \\ & \quad 2 b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_2} x_2 y_3 + b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_2} x_2 y_3 + b_1^2 b_3^2 \sqrt{B_2} x_2 y_3 + b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_2} x_2 y_3 - \\ & \quad b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} x_2 y_3 - b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} x_2 y_3 - b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} x_2 y_3 + b_1^2 b_2 b_3 x_1 y_4 + \\ & \quad b_1 b_2^2 b_3 x_1 y_4 + b_1 b_2 b_3^2 x_1 y_4 - b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_2} x_1 y_4 - b_2^2 b_3^2 \sqrt{B_2} x_1 y_4 + b_2^2 b_3^2 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} x_1 y_4 - \\ & \quad b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 - 2 b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 - b_2^3 b_3 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 - \\ & \quad b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 - b_2^2 b_3^2 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 + b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 + \\ & \quad b_2^3 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 + b_2^2 b_3^2 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 + b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 + \\ & \quad b_2^2 b_3^2 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_1 y_4 - b_2^2 b_3^2 B_1 B_2 \sqrt{B_3} x_1 y_4 + b_1^2 b_2 b_3 x_2 y_4 + b_1 b_2^2 b_3 x_2 y_4 - b_1^2 b_3^2 x_2 y_4 + \\ & \quad b_1^2 b_3^2 \sqrt{B_2} x_2 y_4 + b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_2} x_2 y_4 - b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} x_2 y_4 - b_1^3 b_3 \sqrt{B_3} x_2 y_4 - \\ & \quad 2 b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_3} x_2 y_4 - b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_3} x_2 y_4 - b_1^2 b_3^2 \sqrt{B_3} x_2 y_4 - b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_3} x_2 y_4 + \\ & \quad b_1^3 b_3 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 + 2 b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 + b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 + \\ & \quad b_2^2 b_3^2 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 + b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 - b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 - \\ & \quad b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 + b_1^2 b_3^2 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 - b_1^2 b_3^2 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 - \\ & \quad b_1 b_2 b_3^2 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_2 y_4 + b_1 b_2 b_3^2 B_1 B_2 \sqrt{B_3} x_2 y_4 - b_1^3 b_2 x_3 y_4 - 2 b_1^2 b_2^2 x_3 y_4 - \\ & \quad b_1 b_2^3 x_3 y_4 + b_1^3 b_2 \sqrt{B_3} x_3 y_4 + 2 b_1^2 b_2^2 \sqrt{B_3} x_3 y_4 + b_1 b_2^3 \sqrt{B_3} x_3 y_4 + b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_3} x_3 y_4 + \\ & \quad b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_3} x_3 y_4 - b_1^2 b_2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_3 y_4 - b_1 b_2^2 b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} x_3 y_4 \left. \right) / \\ & \quad \left( \gamma b_1^3 b_2 b_3 + 2 \gamma b_1^2 b_2^2 b_3 + \gamma b_1 b_2^3 b_3 + \gamma b_1^2 b_2 b_3^2 + \gamma b_1 b_2^2 b_3^2 \right), \\ & \quad \frac{\omega[B_1, B_2 B_3 B_4] \omega[B_2, B_3 B_4] \omega[B_3, B_4]}{\omega[B_1, B_2] \omega[B_1 B_2, B_3] \omega[B_1 B_2 B_3, B_4]} + O[\epsilon]^1 \end{aligned}$$

In[\*]:= Simplify[lhs == rhs]

$$\begin{aligned} \text{Out[*]} = & \left( b_3 \left( b_1 \left( -1 + \sqrt{B_2} \right) - b_2 \left( -1 + \sqrt{B_1} \right) \sqrt{B_2} \right) \left( -1 + \sqrt{B_1} \sqrt{B_2} \sqrt{B_3} \right) \left( -b_2 x_1 + b_1 x_2 \right) y_4 \right) / \\ & \left( \gamma b_1 b_2 \left( b_1 + b_2 \right) \left( b_1 + b_2 + b_3 \right) \right) == 0 \end{aligned}$$

In[\*]:= cA\_{1→1,2}

$$\text{Out[*]} = E_{\{1\}→\{1,2\}} \left[ \left( a_1 + a_2 \right) \alpha_1 + \left( b_1 + b_2 \right) \beta_1, \left( y_1 + y_2 \right) \eta_1 + \left( x_1 + x_2 \right) \xi_1, 1 \right]$$