Pensieve header: km with up to 15 inputs; CF based on Expand.

In[◦]:= **SetDirectory["C:\\drorbn\\AcademicPensieve\\Projects\\SL2Invariant"];**
<< SL2Invariant.m

Loading KnotTheory` version of January 20, 2015, 10:42:19.1122.
Read more at http://katlas.org/wiki/KnotTheory.

This is Profile.m of http://www.drorbn.net/AcademicPensieve/Projects/Profile/.

This version: June 2018. Original version: July 1994.

In[◦]:= $\text{CF}[\mathcal{E}\_] := \text{PP}_{\text{CF}} @ \text{Expand}\Big[\text{PP}_{\text{Exp}}\Big[$
$\quad \text{Expand}[\mathcal{E}] \ //. \ e^{x\_} e^{y\_} :\to e^{x+y} \ /. \ e^{x\_} :\to e^{\text{CF}[x]}\Big]\Big];$

In[◦]:= **\$k = 1; Clear[km];**

In[◦]:= $\text{km}[1] = \mathbb{E}_{\{1\}\to\{1\}}[a_1 \alpha_1 + t \tau_1, \ x_1 \xi_1 + y_1 \eta_1, \ 1];$
$\text{km}[n\_Integer] \ /; \ n > 1 := \text{km}[n] = \text{km}[n-1] \ // \ \text{km}_{1,n\to1}$

In[ ]:= **km[4]**

Out[ ]= $\mathbb{E}_{\{1,2,3,4\}\to\{1\}}\Big[a_1\,\alpha_1 + a_1\,\alpha_2 + a_1\,\alpha_3 + a_1\,\alpha_4 + t\,\tau_1 + t\,\tau_2 + t\,\tau_3 + t\,\tau_4,$

$y_1\,\eta_1 + \dfrac{y_1\,\eta_2}{\mathcal{A}_1} + \dfrac{y_1\,\eta_3}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2} + \dfrac{y_1\,\eta_4}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} + \dfrac{x_1\,\xi_1}{\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} + \dfrac{\eta_2\,\xi_1}{\hbar} - \dfrac{T\,\eta_2\,\xi_1}{\hbar} + \dfrac{\eta_3\,\xi_1}{\hbar\,\mathcal{A}_2} - \dfrac{T\,\eta_3\,\xi_1}{\hbar\,\mathcal{A}_2} + \dfrac{\eta_4\,\xi_1}{\hbar\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} -$

$\dfrac{T\,\eta_4\,\xi_1}{\hbar\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} + \dfrac{x_1\,\xi_2}{\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} + \dfrac{\eta_3\,\xi_2}{\hbar} - \dfrac{T\,\eta_3\,\xi_2}{\hbar} + \dfrac{\eta_4\,\xi_2}{\hbar\,\mathcal{A}_3} - \dfrac{T\,\eta_4\,\xi_2}{\hbar\,\mathcal{A}_3} + \dfrac{x_1\,\xi_3}{\mathcal{A}_4} + \dfrac{\eta_4\,\xi_3}{\hbar} - \dfrac{T\,\eta_4\,\xi_3}{\hbar} + x_1\,\xi_4,$

$1 + \Big(2\,T\,a_1\,\eta_2\,\xi_1 + \dfrac{\gamma\,\hbar\,x_1\,y_1\,\eta_2\,\xi_1}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} + \dfrac{\gamma\,y_1\,\eta_2^2\,\xi_1}{2\,\mathcal{A}_1} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,y_1\,\eta_2^2\,\xi_1}{2\,\mathcal{A}_1} + \dfrac{2\,T\,a_1\,\eta_3\,\xi_1}{\mathcal{A}_2} + \dfrac{\gamma\,\hbar\,x_1\,y_1\,\eta_3\,\xi_1}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} +$

$\dfrac{\gamma\,y_1\,\eta_2\,\eta_3\,\xi_1}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,y_1\,\eta_2\,\eta_3\,\xi_1}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2} + \dfrac{\gamma\,y_1\,\eta_3^2\,\xi_1}{2\,\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2^2} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,y_1\,\eta_3^2\,\xi_1}{2\,\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2^2} + \dfrac{2\,T\,a_1\,\eta_4\,\xi_1}{\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} + \dfrac{\gamma\,\hbar\,x_1\,y_1\,\eta_4\,\xi_1}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3^2\,\mathcal{A}_4} +$

$\dfrac{\gamma\,y_1\,\eta_2\,\eta_4\,\xi_1}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,y_1\,\eta_2\,\eta_4\,\xi_1}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} + \dfrac{\gamma\,y_1\,\eta_3\,\eta_4\,\xi_1}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,y_1\,\eta_3\,\eta_4\,\xi_1}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3} + \dfrac{\gamma\,y_1\,\eta_4^2\,\xi_1}{2\,\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3^2} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,y_1\,\eta_4^2\,\xi_1}{2\,\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3^2} +$

$\dfrac{\gamma\,x_1\,\eta_2\,\xi_1^2}{2\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,x_1\,\eta_2\,\xi_1^2}{2\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} + \dfrac{\gamma\,\eta_2^2\,\xi_1^2}{4\,\hbar} - \dfrac{T\,\gamma\,\eta_2^2\,\xi_1^2}{\hbar} + \dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_2^2\,\xi_1^2}{4\,\hbar} + \dfrac{\gamma\,x_1\,\eta_3\,\xi_1^2}{2\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,x_1\,\eta_3\,\xi_1^2}{2\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} +$

$\dfrac{\gamma\,\eta_2\,\eta_3\,\xi_1^2}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_2} - \dfrac{2\,T\,\gamma\,\eta_2\,\eta_3\,\xi_1^2}{\hbar\,\mathcal{A}_2} + \dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_2\,\eta_3\,\xi_1^2}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_2} + \dfrac{\gamma\,\eta_3^2\,\xi_1^2}{4\,\hbar\,\mathcal{A}_2^2} - \dfrac{T\,\gamma\,\eta_3^2\,\xi_1^2}{\hbar\,\mathcal{A}_2^2} + \dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_3^2\,\xi_1^2}{4\,\hbar\,\mathcal{A}_2^2} + \dfrac{\gamma\,x_1\,\eta_4\,\xi_1^2}{2\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3^2\,\mathcal{A}_4} -$

$\dfrac{3\,T\,\gamma\,x_1\,\eta_4\,\xi_1^2}{2\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3^2\,\mathcal{A}_4} + \dfrac{\gamma\,\eta_2\,\eta_4\,\xi_1^2}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} - \dfrac{2\,T\,\gamma\,\eta_2\,\eta_4\,\xi_1^2}{\hbar\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} + \dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_2\,\eta_4\,\xi_1^2}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} + \dfrac{\gamma\,\eta_3\,\eta_4\,\xi_1^2}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3} - \dfrac{2\,T\,\gamma\,\eta_3\,\eta_4\,\xi_1^2}{\hbar\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3} +$

$\dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_3\,\eta_4\,\xi_1^2}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3} + \dfrac{\gamma\,\eta_4^2\,\xi_1^2}{4\,\hbar\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3^2} - \dfrac{T\,\gamma\,\eta_4^2\,\xi_1^2}{\hbar\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3^2} + \dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_4^2\,\xi_1^2}{4\,\hbar\,\mathcal{A}_2^2\,\mathcal{A}_3^2} + 2\,T\,a_1\,\eta_3\,\xi_2 + \dfrac{\gamma\,\hbar\,x_1\,y_1\,\eta_3\,\xi_2}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} +$

$\dfrac{\gamma\,y_1\,\eta_3^2\,\xi_2}{2\,\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,y_1\,\eta_3^2\,\xi_2}{2\,\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2} + \dfrac{2\,T\,a_1\,\eta_4\,\xi_2}{\mathcal{A}_3} + \dfrac{\gamma\,\hbar\,x_1\,y_1\,\eta_4\,\xi_2}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3^2\,\mathcal{A}_4} + \dfrac{\gamma\,y_1\,\eta_3\,\eta_4\,\xi_2}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,y_1\,\eta_3\,\eta_4\,\xi_2}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} +$

$\dfrac{\gamma\,y_1\,\eta_4^2\,\xi_2}{2\,\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3^2} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,y_1\,\eta_4^2\,\xi_2}{2\,\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3^2} + \dfrac{\gamma\,x_1\,\eta_3\,\xi_1\,\xi_2}{\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,x_1\,\eta_3\,\xi_1\,\xi_2}{\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} + \dfrac{\gamma\,\eta_3^2\,\xi_1\,\xi_2}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_2} - \dfrac{2\,T\,\gamma\,\eta_3^2\,\xi_1\,\xi_2}{\hbar\,\mathcal{A}_2} +$

$\dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_3^2\,\xi_1\,\xi_2}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_2} + \dfrac{\gamma\,x_1\,\eta_4\,\xi_1\,\xi_2}{\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3^2\,\mathcal{A}_4} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,x_1\,\eta_4\,\xi_1\,\xi_2}{\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3^2\,\mathcal{A}_4} + \dfrac{\gamma\,\eta_3\,\eta_4\,\xi_1\,\xi_2}{\hbar\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} - \dfrac{4\,T\,\gamma\,\eta_3\,\eta_4\,\xi_1\,\xi_2}{\hbar\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} +$

$\dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_3\,\eta_4\,\xi_1\,\xi_2}{\hbar\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} + \dfrac{\gamma\,\eta_4^2\,\xi_1\,\xi_2}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3^2} - \dfrac{2\,T\,\gamma\,\eta_4^2\,\xi_1\,\xi_2}{\hbar\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3^2} + \dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_4^2\,\xi_1\,\xi_2}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3^2} + \dfrac{\gamma\,x_1\,\eta_3\,\xi_2^2}{2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,x_1\,\eta_3\,\xi_2^2}{2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} +$

$\dfrac{\gamma\,\eta_3^2\,\xi_2^2}{4\,\hbar} - \dfrac{T\,\gamma\,\eta_3^2\,\xi_2^2}{\hbar} + \dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_3^2\,\xi_2^2}{4\,\hbar} + \dfrac{\gamma\,x_1\,\eta_4\,\xi_2^2}{2\,\mathcal{A}_3^2\,\mathcal{A}_4} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,x_1\,\eta_4\,\xi_2^2}{2\,\mathcal{A}_3^2\,\mathcal{A}_4} + \dfrac{\gamma\,\eta_3\,\eta_4\,\xi_2^2}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_3} - \dfrac{2\,T\,\gamma\,\eta_3\,\eta_4\,\xi_2^2}{\hbar\,\mathcal{A}_3} +$

$\dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_3\,\eta_4\,\xi_2^2}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_3} + \dfrac{\gamma\,\eta_4^2\,\xi_2^2}{4\,\hbar\,\mathcal{A}_3^2} - \dfrac{T\,\gamma\,\eta_4^2\,\xi_2^2}{\hbar\,\mathcal{A}_3^2} + \dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_4^2\,\xi_2^2}{4\,\hbar\,\mathcal{A}_3^2} + 2\,T\,a_1\,\eta_4\,\xi_3 + \dfrac{\gamma\,\hbar\,x_1\,y_1\,\eta_4\,\xi_3}{\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} +$

$\dfrac{\gamma\,y_1\,\eta_4^2\,\xi_3}{2\,\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,y_1\,\eta_4^2\,\xi_3}{2\,\mathcal{A}_1\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} + \dfrac{\gamma\,x_1\,\eta_4\,\xi_1\,\xi_3}{\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,x_1\,\eta_4\,\xi_1\,\xi_3}{\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} + \dfrac{\gamma\,\eta_4^2\,\xi_1\,\xi_3}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} - \dfrac{2\,T\,\gamma\,\eta_4^2\,\xi_1\,\xi_3}{\hbar\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} +$

$\dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_4^2\,\xi_1\,\xi_3}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_2\,\mathcal{A}_3} + \dfrac{\gamma\,x_1\,\eta_4\,\xi_2\,\xi_3}{\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,x_1\,\eta_4\,\xi_2\,\xi_3}{\mathcal{A}_3\,\mathcal{A}_4} + \dfrac{\gamma\,\eta_4^2\,\xi_2\,\xi_3}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_3} - \dfrac{2\,T\,\gamma\,\eta_4^2\,\xi_2\,\xi_3}{\hbar\,\mathcal{A}_3} +$

$\dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_4^2\,\xi_2\,\xi_3}{2\,\hbar\,\mathcal{A}_3} + \dfrac{\gamma\,x_1\,\eta_4\,\xi_3^2}{2\,\mathcal{A}_4} - \dfrac{3\,T\,\gamma\,x_1\,\eta_4\,\xi_3^2}{2\,\mathcal{A}_4} + \dfrac{\gamma\,\eta_4^2\,\xi_3^2}{4\,\hbar} - \dfrac{T\,\gamma\,\eta_4^2\,\xi_3^2}{\hbar} + \dfrac{3\,T^2\,\gamma\,\eta_4^2\,\xi_3^2}{4\,\hbar} \Big)\,\epsilon + O[\epsilon]^2 \Big]$

In[ ]:= **Table[Echo[Prepend[LeafCount /@ List @@ km[n], n]], {n, 15}] // MatrixForm**
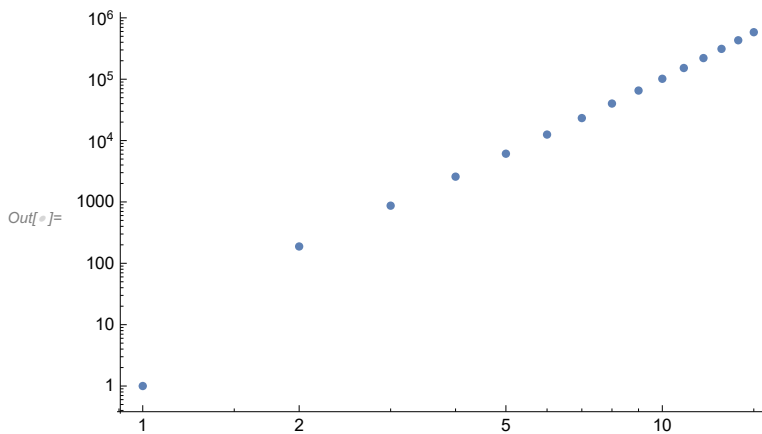
   "   {1, 13, 15, 1}

   "   {2, 25, 61, 188}

   "   {3, 37, 149, 869}

   "   {4, 49, 289, 2582}

   "   {5, 61, 491, 6109}

   "   {6, 73, 765, 12 529}

   "   {7, 85, 1121, 23 263}

   "   {8, 97, 1569, 40 119}

   "   {9, 109, 2119, 65 337}

   "   {10, 121, 2781, 101 634}

   "   {11, 133, 3565, 152 249}

   "   {12, 145, 4481, 220 988}

   "   {13, 157, 5539, 312 269}

   "   {14, 169, 6749, 431 167}

   "   {15, 181, 8121, 583 459}

Out[ ]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 13 & 15 & 1 \\ 2 & 25 & 61 & 188 \\ 3 & 37 & 149 & 869 \\ 4 & 49 & 289 & 2582 \\ 5 & 61 & 491 & 6109 \\ 6 & 73 & 765 & 12\,529 \\ 7 & 85 & 1121 & 23\,263 \\ 8 & 97 & 1569 & 40\,119 \\ 9 & 109 & 2119 & 65\,337 \\ 10 & 121 & 2781 & 101\,634 \\ 11 & 133 & 3565 & 152\,249 \\ 12 & 145 & 4481 & 220\,988 \\ 13 & 157 & 5539 & 312\,269 \\ 14 & 169 & 6749 & 431\,167 \\ 15 & 181 & 8121 & 583\,459 \end{pmatrix}$$

In[ ]:= **ListLogLogPlot[Table[LeafCount[km[n]〚3〛], {n, 15}]]**

Out[ ]=

In[ ]:= **N@Table$\left[\dfrac{\text{Log@LeafCount}[\text{km}[\text{n}]\llbracket 3 \rrbracket]}{\text{Log}[\text{n}]}, \{\text{n, 2, 15}\}\right]$**

Out[ ]= {7.55459, 6.1599, 5.66714, 5.4165, 5.26622, 5.16705,
    5.09733, 5.04605, 5.00704, 4.97656, 4.95224, 4.9325, 4.91624, 4.90269}

In[ ]:= **PrintProfile[]**

Out[ ]= ProfileRoot is root. Profiled time: 244.376
      (14)   0.908/ 243.030 above B
      (1)   0/   1.343 above Boot[1]
    Zip: called 235 times, time in 75.247/93.957
      (30)   0.844/   3.235 under LZip
      (30)   71.906/ 85.155 under QZip
      (175)   2.497/   5.567 under Zip
      (235)   13.143/ 13.143 above Collect
      (175)   2.497/   5.567 above Zip
    LZip: called 30 times, time in 59.328/81.981
      (30)   59.328/ 81.981 under B
      (180)   0.904/ 19.418 above CF
      (30)   0.844/   3.235 above Zip
    QZip: called 30 times, time in 47.627/161.456
      (30)   47.627/ 161.460 under B
      (300)   0.204/ 28.674 above CF
      (30)   71.906/ 85.155 above Zip
    Exp: called 28816 times, time in 45.902/48.462
      (28816)   45.902/ 48.462 under CF
      (28336)   1.082/   2.560 above CF
    Collect: called 235 times, time in 13.143/13.143
      (235)   13.143/ 13.143 under Zip
    CF: called 28816 times, time in 2.19/50.652
      (28336)   1.082/   2.560 under Exp
      (180)   0.904/ 19.418 under LZip
      (300)   0.204/ 28.674 under QZip
      (28816)   45.902/ 48.462 above Exp
    B: called 30 times, time in 0.923/244.36
      (14)   0.908/ 243.030 under ProfileRoot
      (16)   0.015/   1.327 under Boot[1]
      (30)   59.328/ 81.981 above LZip
      (30)   47.627/ 161.460 above QZip
    Boot[1]: called 13 times, time in 0.016/3.405
      (1)   0/   1.343 under ProfileRoot
      (12)   0.016/   2.062 under Boot[1]
      (16)   0.015/   1.327 above B
      (3)   0/   0 above Boot[0]
      (12)   0.016/   2.062 above Boot[1]
    Boot[0]: called 3 times, time in 0./0.
      (3)   0/   0 under Boot[1]