

Pensieve header: Roland's Γ -calculus program - much simplified!

```
In[ ]:=  $\Gamma$  /:  $\Gamma$ [ $\omega 1$ _,  $A 1$ _]  $\Gamma$ [ $\omega 2$ _,  $A 2$ _] :=  $\Gamma$ [ $\omega 1$   $\omega 2$ ,  $A 1 + A 2$ ]
rCollect[ $\Gamma$ [ $\omega$ _,  $A$ _]] :=
 $\Gamma$ [Simplify[ $\omega$ ] // Expand, Collect[ $A$ ,  $r$ _, Collect[#,  $c$ _, Factor] &]]
 $X_{a,b}$  :=  $\Gamma$ [1,  $r_a c_a + (1-t) r_a c_b + t r_b c_b$ ]
 $\bar{X}_{a,b}$  :=  $X_{a,b} / . t \rightarrow t^{-1}$ 
 $m_{a,b \rightarrow k}$ [ $\Gamma$ [ $\omega$ _,  $A$ _]] :=
 $\Gamma$ [ $(\mu = 1 - \partial_{r_a, c_b} A) \omega$ ,  $A + (\partial_{c_b} A) (\partial_{r_a} A) / \mu$ ] /. { $c_b \mid r_a \rightarrow \theta$ ,  $c_a \rightarrow c_k$ ,  $r_b \rightarrow r_k$ } // rCollect
```

```
In[ ]:= (*Check Reidemeister Moves*)
```

```
 $X_{1,2} \bar{X}_{3,4}$  //  $m_{1,3 \rightarrow 1}$  //  $m_{2,4 \rightarrow 2}$ 
 $X_{4,1} \bar{X}_{2,3}$  //  $m_{1,3 \rightarrow 1}$  //  $m_{2,4 \rightarrow 2}$ 
 $X_{1,2} X_{4,3} X_{5,6}$  //  $m_{1,4 \rightarrow 1}$  //  $m_{2,5 \rightarrow 2}$  //  $m_{3,6 \rightarrow 3}$ 
 $X_{1,6} X_{2,3} X_{4,5}$  //  $m_{1,4 \rightarrow 1}$  //  $m_{2,5 \rightarrow 2}$  //  $m_{3,6 \rightarrow 3}$ 
{ $X_{1,2}$  //  $m_{1,2 \rightarrow 1}$ ,  $X_{1,2}$  //  $m_{2,1 \rightarrow 1}$ ,  $\bar{X}_{1,2}$  //  $m_{1,2 \rightarrow 1}$ ,  $\bar{X}_{1,2}$  //  $m_{2,1 \rightarrow 1}$ }
```

```
Out[ ]:=  $\Gamma$ [1,  $c_1 r_1 + c_2 r_2$ ]
```

```
Out[ ]:=  $\Gamma$ [1,  $c_1 r_1 + c_2 r_2$ ]
```

```
Out[ ]:=  $\Gamma$ [1, ( $c_1 + (1-t) c_2 + (1-t) c_3$ )  $r_1 + (t c_2 - (-1+t) t c_3)$   $r_2 + t^2 c_3 r_3$ ]
```

```
Out[ ]:=  $\Gamma$ [1, ( $c_1 + (1-t) c_2 + (1-t) c_3$ )  $r_1 + (t c_2 - (-1+t) t c_3)$   $r_2 + t^2 c_3 r_3$ ]
```

```
Out[ ]:= { $\Gamma$ [ $t$ ,  $c_1 r_1$ ],  $\Gamma$ [1,  $c_1 r_1$ ],  $\Gamma$ [ $\frac{1}{t}$ ,  $c_1 r_1$ ],  $\Gamma$ [1,  $c_1 r_1$ ] }
```

```
In[ ]:=  $X_{1,4} X_{5,2} X_{3,6}$  //  $m_{1,2 \rightarrow 1}$  //  $m_{1,3 \rightarrow 1}$  //  $m_{1,4 \rightarrow 1}$  //  $m_{1,5 \rightarrow 1}$  //  $m_{1,6 \rightarrow 1}$  // Expand
```

```
Out[ ]:=  $\Gamma$ [ $t - t^2 + t^3$ ,  $c_1 r_1$ ]
```

```
In[ ]:=  $DU_{L_, r_}$  :=  $\bar{X}_{8,1} \bar{X}_{3,6} \bar{X}_{4,5} \bar{X}_{7,2}$  //  $m_{1,3 \rightarrow 1}$  //  $m_{1,5 \rightarrow 1}$  //  $m_{1,7 \rightarrow r}$  //  $m_{2,4 \rightarrow 2}$  //  $m_{2,6 \rightarrow 2}$  //  $m_{2,8 \rightarrow L}$ 
```

```
 $UD_{L_, r_}$  :=  $\bar{X}_{1,8} \bar{X}_{6,3} \bar{X}_{5,4} \bar{X}_{2,7}$  //  $m_{1,3 \rightarrow 1}$  //  $m_{1,5 \rightarrow 1}$  //  $m_{1,7 \rightarrow r}$  //  $m_{2,4 \rightarrow 2}$  //  $m_{2,6 \rightarrow 2}$  //  $m_{2,8 \rightarrow L}$ 
```

```
 $UU_{L_, r_}$  :=  $X_{1,2} X_{4,3} X_{5,6} X_{8,7}$  //  $m_{1,3 \rightarrow 1}$  //  $m_{1,5 \rightarrow 1}$  //  $m_{1,7 \rightarrow L}$  //  $m_{2,4 \rightarrow 2}$  //  $m_{2,6 \rightarrow 2}$  //  $m_{2,8 \rightarrow r}$ 
```

```
 $DD_{L_, r_}$  :=  $X_{2,1} X_{3,4} X_{6,5} X_{7,8}$  //  $m_{1,3 \rightarrow 1}$  //  $m_{1,5 \rightarrow 1}$  //  $m_{1,7 \rightarrow L}$  //  $m_{2,4 \rightarrow 2}$  //  $m_{2,6 \rightarrow 2}$  //  $m_{2,8 \rightarrow r}$ 
```

```
 $UB_{L_, c_, r_}$  :=  $X_{1,6} \bar{X}_{3,2} X_{9,8} \bar{X}_{5,4}$  //  $m_{1,4 \rightarrow L}$  //  $m_{2,5 \rightarrow 2}$  //  $m_{2,8 \rightarrow c}$  //  $m_{3,6 \rightarrow 3}$  //  $m_{3,9 \rightarrow r}$ 
```

```
 $DB_{L_, c_, r_}$  :=  $X_{2,1} \bar{X}_{4,3} X_{6,5} \bar{X}_{8,7}$  //  $m_{1,4 \rightarrow 1}$  //  $m_{1,7 \rightarrow L}$  //  $m_{2,5 \rightarrow 2}$  //  $m_{2,8 \rightarrow c}$  //  $m_{3,6 \rightarrow r}$ 
```

```
In[ ]:=  $UB_{1,2,3}$ 
```

```
 $DB_{1,2,3}$ 
```

```
Out[ ]:=  $\Gamma$ [1,  $\left( \frac{c_1}{t} - \frac{(-1+t)^2 c_2}{t^2} - \frac{(-1+t) c_3}{t} \right) r_1 + \left( (-1+t) c_1 - \frac{(-1+2t-3t^2+t^3) c_2}{t} - (-1+t)^2 c_3 \right) r_2 +$   

 $\left( -\frac{(-1+t)^2 c_1}{t} + \frac{(-1+t)^2 (1-t+t^2) c_2}{t^2} + \frac{(-1+3t-2t^2+t^3) c_3}{t} \right) r_3]$ 
```

```
Out[ ]:=  $\Gamma$ [1,
```

```
 $\left( c_1 + \frac{(-1+t) c_3}{t^2} \right) r_1 + \left( -(-1+t)^2 c_1 + t c_2 + \frac{(-1+t)^2 c_3}{t^2} \right) r_2 + \left( (-1+t)^2 c_1 + (1-t) c_2 + \frac{c_3}{t} \right) r_3]$ 
```

$$\text{In}[*]:= \text{UB}_{1,2,3} \text{DU}_{4,5} \text{DB}_{6,7,8} // \text{m}_{1,4 \rightarrow 1} // \text{m}_{1,3 \rightarrow 1} // \text{m}_{2,1 \rightarrow 1} // \text{m}_{8,5 \rightarrow 8} // \text{m}_{8,6 \rightarrow 8}$$

$$\text{Out}[*]:= \Gamma \left[-2 - \frac{1}{t^3} - \frac{1}{t^2} + \frac{5}{t}, \left(\frac{(-2+t)(-1+2t)(1-t+t^2)c_1}{t(1+t-5t^2+2t^3)} - \frac{2(-1+t)^2(1-3t+t^2)c_7}{1+t-5t^2+2t^3} + \frac{2(-1+t)(1-3t+t^2)(-1+4t-2t^2+t^3)c_8}{t^2(1+t-5t^2+2t^3)} \right) r_1 + \left(t c_7 - \frac{(-1+t)^3 c_8}{t^2} \right) r_7 \right]$$

$$\text{In}[*]:= \text{UB}_{1,2,3} // \text{m}_{2,1 \rightarrow 2} // \text{m}_{2,3 \rightarrow 2} \\ \text{DB}_{1,2,3} // \text{m}_{2,3 \rightarrow 2} // \text{m}_{2,1 \rightarrow 2}$$

$$\text{Out}[*]:= \Gamma \left[3 - \frac{1}{t} - t, c_2 r_2 \right]$$

$$\text{Out}[*]:= \Gamma \left[3 - \frac{1}{t} - t, c_2 r_2 \right]$$