

Pensieve header: Games with asymptotic series.

In[*]:= **Assuming**[$\epsilon > 0$, **Integrate**[\frac{e^{-x}}{1 + \epsilon x}, {x, 0, \infty}]]]

Out[*]= $-\frac{e^{\frac{1}{\epsilon}} \text{ExpIntegralEi}\left[-\frac{1}{\epsilon}\right]}{\epsilon}$

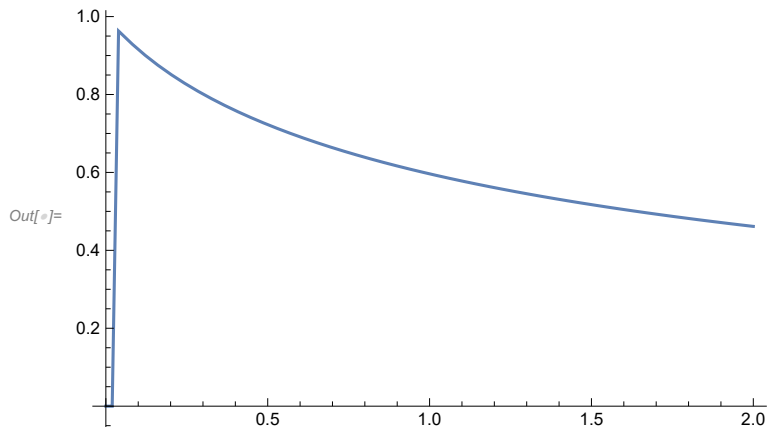
In[*]:= **Series**[**Assuming**[$\epsilon > 0$, **Integrate**[\frac{e^{-x}}{1 + \epsilon x}, {x, 0, \infty}]], {\epsilon, 0, 3}]

Out[*]= $e^{\frac{1}{\epsilon} + O[\epsilon]^4} \text{Floor}\left[\frac{\text{Arg}[\epsilon]}{2\pi}\right] \left(-\frac{i\pi}{\epsilon} + O[\epsilon]^4\right) + e^{\frac{1}{\epsilon} + O[\epsilon]^4} \text{Floor}\left[-\frac{\text{Arg}[\epsilon]}{2\pi}\right] \left(\frac{i\pi}{\epsilon} + O[\epsilon]^4\right) + e^{\frac{1}{\epsilon} + O[\epsilon]^4} \text{Floor}\left[\frac{\pi + \text{Arg}[\epsilon]}{2\pi}\right] \left(\frac{i\pi}{\epsilon} + O[\epsilon]^4\right) + (1 - \epsilon + 2\epsilon^2 + O[\epsilon]^3)$

In[*]:= **Assuming**[$\epsilon > 0$, **Series**[**Integrate**[\frac{e^{-x}}{1 + \epsilon x}, {x, 0, \infty}], {\epsilon, 0, 7}]]]

Out[*]= $1 - \epsilon + 2\epsilon^2 - 6\epsilon^3 + 24\epsilon^4 - 120\epsilon^5 + 720\epsilon^6 - 5040\epsilon^7 + O[\epsilon]^8$

In[*]:= **Plot**[**Integrate**[\frac{e^{-x}}{1 + \epsilon x}, {x, 0, \infty}], {\epsilon, 0, 2}]



0.9937102003016741400867043662939546680989120004483072861249955015262925125850839974036:
 70715333148041865516561313097352587478236771302901196460750119717591186,
 0.9937102003016741399242641308780132705085344056407848473087791366881410148335945219712:
 17037672496402840109276914020090116816572344537677143907089628819257894,
 0.9937102003016741399242639261399325893170768936302105700176368779640444353219696672936:
 81590525901951703224573262725835361540115353840559209092529704695156675,
 0.9937102003016741399242639261382463382972993474703501163841782051610093962631441358432:
 42067185913107418518218017316040971008178849503268697297705994224171257,
 0.9937102003016741399242639261382462804997821539231091494764538582276170179424568873049:
 54348716513912762309351128489101221721353415620894204102937666230548296,
 0.9937102003016741399242639261382462804935214678035574565475607374736570563549218731151:
 52680794161068688180385009880126589374304603752988847062277835224169898,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196880856068550796756268825656271176873758916:
 06722215100976616648884901524654415092068255216507660203946661469632377,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869245167775657990947772860368254527951614:
 14773759846615681958681895933054851602693759831679979937391044630704586,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229459682280833550087192830600971403686:
 39404558779955191569259251657486856974061868379854544444514305616978749,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418981139590918684724726634331414926:
 83060074649591454235423678843236318054651110574710324081410721142155825,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418791690059973994491930064446235947:
 35884980615381183968619961641006365911054895063359426922734209398581567,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790187482779783336764536992951562:
 30958314237183442980070175886596463598541812485607782985021758472360306,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790168059035840685552048230526036:
 81743760373077886891610995425196274095545790117836762178949489336843067,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167665072312749253036863213383:
 06198410126864391414992029999461226265889412716459608730763427856904662,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652943425234893700434670567:
 92188056485663339245508198662101816753409488312596259328621726399142666,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652393006529260819624995284:
 60883094922636217944925245116770250748393262302190565104656231910236033,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652357148637574003717617775:
 93728891274357826662344464233947590684253523241487151115106223510154979,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353876084048523456635693:
 02988067661287642087496257460156337849294647415270548153927402710087349,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353467314122519361928788:
 54059983241705053412552517028668979681742191745021150048939999931121295,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353399045548497080130352:
 04383722341884229124223351709748253429856613751799090459182439591504855,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353384182149538310011770:
 46373086467998571507902786792113549299222830767503306604636742108886005,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353380093220472829550394:
 93974593289467562304551315482913912761397383312246642494541509799575691,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353378737735771486432159:
 56034296770040797890644952940639559976801510439490096179413762434023470,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353378248242796765268871:
 52370276289530915859285515700175478536579046289880172185257813596041763,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353378122106602239055264:
 76342087261385180325150623769145986139208641479268014525830055282741726,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353378244988561697459956:

18545332822137531304971002532665666132593556014180436794516451345754507,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353378700183054548093169:
 37788338949770304188759215244381947495704176323234775988353529958858052,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353379866757303209840749:
 99823998951901614639441256989492465693334016983596749606674124407184740,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353382973299487807168017:
 95280587801394532723829244741106359877962245380631810418821951981348697,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353392302824206303799812:
 93289687618705595875206511349354341561807477903646505568664790319726283,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353424785346545664153224:
 48568099256157725046400194378142452290658337504134273052368159975804666,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652353557289418009377209619:
 07564806660031442534455938697930419594906901826488205017654716075628995,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652354192847956741287886068:
 76994182736471751870002374637047883723531621463878178270826024378409484,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652357778455299711773398695:
 17369098400957155137514886899935792980836557808123679504852558716702025,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652381539020533477650625843:
 86867905456984271690216632964228284392780109250441743891362558037850701,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167652566064159015253371462344:
 71242349110867682181175818410721328007517465819994538714441185954957519,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167654240886650415222696956344:
 98885657328780639258308543402427939519885110416772288274023911847138320,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167671954177512246827605216501:
 18643873305808437820352485883786941207230313133934909650210353282061764,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790167889575746593285692470564789:
 08870258360476221310988967534340415776364469414715445230053293606652367,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790170985709532181159855329414327:
 09551219470223271311247440753658167285166805564602904926708896995429607,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418790221837375780398103436784310102:
 44134255284124243341323438281091021921459767335279119322867689970369282,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229418791183082211430399383939430951327:
 77844824556869396004789348041311965666873157306989837899087230232110595,
 0.993710200301674139924263926138246280493519686922941881203341878576922266010050255980:
 05885249230998498273378580572831124223775980367278075106638948782194495,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229419329503329757163921894629561061999:
 99636151197960875100060686138356456760256933099165819242597485616895895,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229433982664219369605884165506381004522:
 98021642739433439350449768504311048154965495715940062251682420685815878,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869229906124466505653301435697325102428629:
 98030294148156281967436250892651978760490326259172131124699996021575246,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869247171217701050319083975115046874693371:
 80688872622956152834045871333054695867358931836180840560786046554568781,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196869961865610315556607912520430524870100678:
 78945692681043429260386026616626477895750501147280796741421422997799623,
 0.9937102003016741399242639261382462804935196903370965024117014769386800246695686095871:
 97357882051888323887846921795580341697359132820942227051770892970413726,
 0.9937102003016741399242639261382462804935198662822474383232382693841962627398724945969:
 69934860035525436887544117731428800845404744962292719940249067913506667,
 0.9937102003016741399242639261382462804935302815180365400657115349157101776871793053571:
 12703072874889943110558325178511383580174406834574419894307373242969952,

0.9937102003016741399242639261382462804942217715014523601284413617060713847598093854910:
 88025892691572959578839041727803097889179248545940691076166686257852647,
 0.9937102003016741399242639261382462805456032459195757658277514956318507854888227230723:
 01514662503359983120457583866322589123742436576021797260080195438204431,
 0.9937102003016741399242639261382462848098448446372283391211104526930737258421793245704:
 02594377939624645149668119680363529589725160194022046547589266763169715,
 0.9937102003016741399242639261382466792968651495611741589494925503324910004843088140713:
 39143180683141300940154107623409381865056827258635407261670611812381009,
 0.9937102003016741399242639261382872814896271315647533971854729359506975641567163639813:
 99177233210081762075436398536080139571502534835847934127004191977729627,
 0.9937102003016741399242639261429280517609483142048729170663693181028174214508130979569:
 48591850971098965870903694500998020369130848672002759355009237993645693,
 0.9937102003016741399242639267309302523291715175004483784763302294490356001774928306779:
 62867598771689112848421795894160990314004099638446734928385438094511648,
 0.9937102003016741399242640091762407742359457043365023031436486955381701879734347862485:
 43691313855243143604044282793460679736577220286111979886404781703143858,
 0.9937102003016741399242767801824552463260529936796501485748198100114723319668969907421:
 48885798552038441973831770844856013893855011921066873642882295805941689,
 0.9937102003016741399264587742581012006559585648644094471158536842552025443117553352871:
 25783390529181888410608716600491019505278956046404447875484596040780186,
 0.9937102003016741403370130096588379270802542017942948180450320509253555010468107121878:
 50092958762029590784572166286335197203481252007342620927170414734896091,
 0.9937102003016742252778151761653789315778467220155692075442601070665636554143100339679:
 35417407409046842031977386091982847289090954757720712491862962933429818,
 0.9937102003016935205781277348644707645357896080541955835665822040512949634895219696225:
 11545509779104963719320405229708715049525002622065734870783847418155087,
 0.9937102003064992122108441913023609532915647983804797723263093476206309585424796591112:
 06755172395748685111971124097574606312072631173912481990088703739636951,
 0.9937102016169710930978205288448902636720371787836094799739644456698283810298769945766:
 2432431217639355999720171462796042531917680867485932428845209706175611,
 0.9937105923525097018445281430068272027466834641815514402820133983691093862789859316400:
 97792452155414500816858491398611470493912489547621702747941408891817861,
 0.9938378120616954698457659303376970121707844430537673747269366169619291228327345023882:
 47340988789738707325543952646586329862079042954671507131283595961906820,
 1.0390120939427926382055832990343441853027152743802626407938074102124287584102367078944:
 06664275968756600009454791167443402973647786430087131771996312820464398,
 18.511636112784148001297704154479873392071416690949312029791539249999047670015830074997:
 19845196601519018244050539003346881934695232611087290661555110744255464,
 7371.0038100125939591635595334553565226633576359138638113190292540549831200764472104912:
 3937421490971298433645941184294261517769598019598811126499276949355836,
 3.3695004374560006965295257674334014490492806849798310910422742696050394553150113178701:
 55268825111931464241410129207666867373965096646539603207304369828335846 $\times 10^6$,
 1.6721733371551772684672332771486304905463182061039077976121760878592758774518656204456:
 17464212519491239286963293744329119778927677437802848590668873097892921 $\times 10^9$,
 8.9977884966848372358593560284019340723703251372272647871499334837921212185993904268486:
 1755772234490829961835604785383898830111072754624892142596066843657491 $\times 10^{11}$,
 5.2439868216130403187784149853234003865561041713846769495324199724236337459108867287288:
 1266015169383528791240026734853048606455502954107334526671759315242923 $\times 10^{14}$,
 3.3067680352139749605947026108045499225759851267810446877387973265520095484153135002322:
 83941247295573550573897302940406159430327688379575444497279604354956684 $\times 10^{17}$,
 2.253818733732463144410325535451894952756990072907016105361561957857222751188689873192:
 39854603901333283576124125363905854961204826770049413644191011779404021 $\times 10^{20}$

$$\text{In}[] := \text{fs} = \left\{ -\frac{e^{\frac{1}{\epsilon}} \text{ExpIntegralEi}\left[-\frac{1}{\epsilon}\right]}{\epsilon} \right\} \sim \text{Join} \sim$$

```
Table[Normal@Assuming[ϵ > 0, Series[Integrate[ $\frac{e^{-x}}{1 + \epsilon x}$ , {x, 0, ∞}], {ϵ, 0, k}]],
{k, {1, 5, 25, 125}}];
Plot[fs, {ϵ, 0, 1}, PlotPoints → 1000, PlotRange → {0, 1},
PlotLegends → {f} ~ Join ~ Table[k, {k, {1, 5, 25, 125}}]]
```

- General: Exp[-998016.] is too small to represent as a normalized machine number; precision may be lost. +
- General: 1.002 × 10⁻⁶⁵² is too small to represent as a normalized machine number; precision may be lost. +
- General: 1.002 × 10⁻⁶⁵³ is too small to represent as a normalized machine number; precision may be lost. +
- General: Further output of General::munfl will be suppressed during this calculation. +

