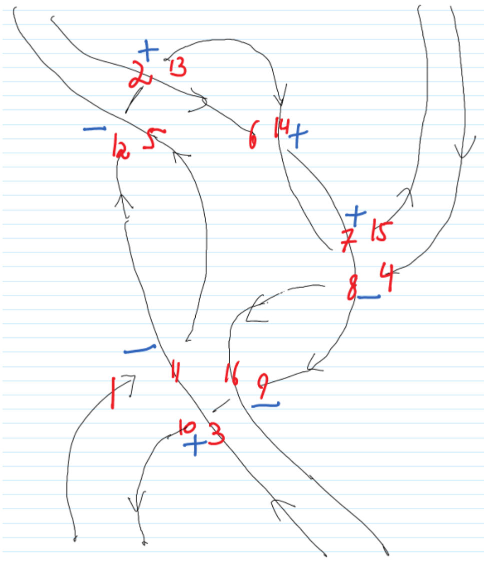
Pensieve Header: Guessing around a unitarity property for Gassner calculus.

```
dir = SetDirectory["C:/drorbn/AcademicPensieve/2014-05/"];
<< KnotTheory`
<< MetaCalculi/MetaCalculi-Program.m
ΓSimp = Factor;
```

```
Loading KnotTheory` version of April 3, 2014, 16:23:56.0784.
Read more at http://katlas.org/wiki/KnotTheory.
```




```
γ1 = Xm[11, 1] Xm[5, 12] Xp[2, 13] Xp[14, 6] Xp[7, 15] Xm[8, 4] Xm[16, 9] Xp[3, 10] // Γ //
      dm[1, 5, 1] // dm[2, 6, 2] // dm[2, 7, 2] // dm[2, 8, 2] // dm[2, 9, 2] //
   dm[2, 10, 2] // dm[3, 11, 3] // dm[3, 12, 3] // dm[3, 13, 3] //
 dm[3, 14, 3] // dm[3, 15, 3] // dm[4, 16, 4] // dS[2] // dS[4]
```

$\frac{-1+T_2+T_3}{T_2 T_3}$	S_1	S_2	S_3
S_1	$\frac{1-T_3+T_1 T_3}{T_1 T_3}$	$\frac{(-1+T_1)(-1+T_3)}{T_1 T_3}$	$\frac{-1+T_1}{T_1}$
S_2	$\frac{(-1+T_2)(-1+T_3)(T_2+T_3)}{T_1 T_2 T_3 (-1+T_2+T_3)}$	$\frac{T_1 T_2+T_2 T_4-T_1 T_2 T_4-T_2^2 T_4+T_1 T_2^2 T_4+T_3 T_4-2 T_2 T_3 T_4+T_2^2 T_3 T_4-T_3^2 T_4+T_2 T_3^2 T_4}{T_1 T_2 T_3 (-1+T_2+T_3) T_4}$	$\frac{(-1+T_2)(T_2+T_3)}{T_1 T_2 (-1+T_2+T_3)}$
S_3	$\frac{-1+T_3}{T_1 T_2 (-1+T_2+T_3)}$	$\frac{(-1+T_3)(T_1-T_1 T_4+T_1 T_2 T_4+T_3 T_4)}{T_1 T_2 T_3 (-1+T_2+T_3) T_4}$	$\frac{T_3}{T_1 T_2 (-1+T_2+T_3)}$ (
S_4	0	$\frac{-1+T_4}{T_2 T_3 T_4}$	0
Σ	$\frac{1}{T_3}$	$\frac{1}{T_3^2 T_4}$	$\frac{1}{T_1 T_2^2}$

```
(A1 = γ1[A]) // MatrixForm
```

$\frac{1-T_3+T_1 T_3}{T_1 T_3}$	$\frac{(-1+T_1)(-1+T_3)}{T_1 T_3}$	$\frac{-1+T_1}{T_1}$	0
$\frac{(-1+T_2)(-1+T_3)(T_2+T_3)}{T_1 T_2 T_3 (-1+T_2+T_3)}$	$\frac{T_1 T_2+T_2 T_4-T_1 T_2 T_4-T_2^2 T_4+T_1 T_2^2 T_4+T_3 T_4-2 T_2 T_3 T_4+T_2^2 T_3 T_4-T_3^2 T_4+T_2 T_3^2 T_4}{T_1 T_2 T_3 (-1+T_2+T_3) T_4}$	$\frac{(-1+T_2)(T_2+T_3)}{T_1 T_2 (-1+T_2+T_3)}$	$\frac{-1+T_2}{-1+T_2+T_3}$
$\frac{-1+T_3}{T_1 T_2 (-1+T_2+T_3)}$	$\frac{(-1+T_3)(T_1-T_1 T_4+T_1 T_2 T_4+T_3 T_4)}{T_1 T_2 T_3 (-1+T_2+T_3) T_4}$	$\frac{T_3}{T_1 T_2 (-1+T_2+T_3)}$	$\frac{(-1+T_2)(-1+}{T_2 (-1+T_2+T}$
0	$\frac{-1+T_4}{T_2 T_3 T_4}$	0	$\frac{1}{T_2}$

```
(A1s = Transpose[A1 /. T_a_ ↦ 1 / T_a] // ΓSimp) // MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} 1 - T_1 + T_1 T_3 & -\frac{T_1 (-1+T_2)(-1+T_3)(T_2+T_3)}{-T_2-T_3+T_2 T_3} & \frac{T_1 T_2^2 (-1+T_3)}{-T_2-T_3+T_2 T_3} \\ (-1+T_1)(-1+T_3) & -\frac{T_1 T_2 - T_1 T_2^2 + T_1 T_3 - 2 T_1 T_2 T_3 + T_1 T_2^2 T_3 + T_3^2 - T_1 T_3^2 - T_2 T_3^2 + T_1 T_2 T_3^2 + T_2 T_3^2 T_4}{-T_2-T_3+T_2 T_3} & \frac{T_2 (-1+T_3)(T_1 T_2 + T_3 - T_2 T_3 + T_2 T_3 T_4)}{-T_2-T_3+T_2 T_3} \\ 1 - T_1 & \frac{T_1 (-1+T_2)(T_2+T_3)}{-T_2-T_3+T_2 T_3} & -\frac{T_1 T_2^2}{-T_2-T_3+T_2 T_3} \\ 0 & \frac{(-1+T_2) T_3}{-T_2-T_3+T_2 T_3} & -\frac{(-1+T_2) T_2 (-1+T_3)}{-T_2-T_3+T_2 T_3} \end{pmatrix}$$

```
A1.A1s // FullSimplify // MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} \frac{2+(-4+T_3) T_3 - 3 T_1 (1+(-3+T_3) T_3) + T_1^2 (1+2(-2+T_3) T_3)}{T_1 T_3} \\ \frac{(-1+T_1) T_1 T_2 (-1+T_3) + (-1+T_2)\left(T_3 (-2-(-4+T_3) T_3 + T_1 (-2+T_3)(-1+2 T_3)) + T_2 \left(-2+T_1^2 (-1+T_3) - (-4+T_3) T_3 + T_1 (3+2(-3+T_3) T_3)\right)\right) T_4}{T_1 T_2 T_3 (-1+T_2+T_3) T_4} \\ \frac{-T_3 (2+(-4+T_3) T_3) T_4 + T_1^2 (-1+T_3)^2 (1+(-1+T_2) T_4) + T_1 (-1-(-1+T_2) T_4 + (-2+T_3) T_3 (-1-(T_2-2 T_3) T_4))}{T_1 T_2 T_3 (-1+T_2+T_3) T_4} \quad -(\\ \frac{(-1+T_1)(-1+T_3)(-1+T_4)}{T_2 T_3 T_4} \end{pmatrix}$$

```
{γ1, γ1 // dS[1] // dS[2] // dS[3] // dS[4], A1s // MatrixForm}
```

$$\left\{ \begin{pmatrix} \frac{-1+T_2+T_3}{T_2 T_3} & S_1 & S_2 & S_3 \\ S_1 & \frac{1-T_3+T_1 T_3}{T_1 T_3} & \frac{(-1+T_1)(-1+T_3)}{T_1 T_3} & \frac{-1+T_1}{T_1} \\ S_2 & \frac{(-1+T_2)(-1+T_3)(T_2+T_3)}{T_1 T_2 T_3 (-1+T_2+T_3)} & \frac{T_1 T_2 + T_2 T_4 - T_1 T_2 T_4 - T_2^2 T_4 + T_1 T_2^2 T_4 + T_3 T_4 - 2 T_2 T_3 T_4 + T_2^2 T_3 T_4 - T_3^2 T_4 + T_2 T_3^2 T_4}{T_1 T_2 T_3 (-1+T_2+T_3) T_4} & \frac{(-1+T_2)(T_2+T_3)}{T_1 T_2 (-1+T_2+T_3)} \\ S_3 & \frac{-1+T_3}{T_1 T_2 (-1+T_2+T_3)} & \frac{(-1+T_3)(T_1 - T_1 T_4 + T_1 T_2 T_4 + T_3 T_4)}{T_1 T_2 T_3 (-1+T_2+T_3) T_4} & \frac{T_3}{T_1 T_2 (-1+T_2+T_3)} \\ S_4 & 0 & \frac{-1+T_4}{T_2 T_3 T_4} & 0 \\ \Sigma & \frac{1}{T_3} & \frac{1}{T_3^2 T_4} & \frac{1}{T_1 T_2^2} \end{pmatrix} \right.$$

```
γ1[A].((γ1 // dS[1] // dS[2] // dS[3] // dS[4]))[A] // Expand // Simplify
```

$$\Big\{\Big\{1+\frac{-1+\frac{1}{T_3^2}}{T_1},\ \frac{(-1+T_1)\,(-1+T_3)\,\big(T_4+T_1\,\big(T_2\,(1+T_3)+T_3^2\,T_4\big)\big)}{T_1^2\,T_3^2\,(-1+T_2+T_3)\,T_4},$$

$$\Big((-1+T_1)\,\Big(T_1\,\Big(T_3+T_2\,(-1+T_3)^2\,(1+T_3)+T_2^2\,\big(-1+T_3^2\big)+T_3^3\,(-1+T_4)\Big)+T_3\,T_4\Big)\Big)\Big/$$

$$\big(T_1^2\,T_2\,T_3^2\,(-1+T_2+T_3)\,T_4\big),\ \frac{(-1+T_1)\,(-1+T_2)\,\big(-1+T_3^2\big)}{T_1\,T_2\,T_3^2\,T_4}\Big\},\ \Big\{\frac{(-1+T_2)\,(T_2+T_3)\,\big(-1+T_3^2\big)}{T_1\,T_2\,T_3^2\,(-1+T_2+T_3)},$$

$$\Big((-1+T_2)\,(-1+T_3)\,(T_2+T_3)\,T_4^2+T_1\,(-1+T_2)\,(T_2+T_3)\,\big(-1+T_3^2\big)\,T_4\,(T_2+(-1+T_3)\,T_4)+$$
$$T_1^2\,T_2^2\,\Big(1-(-1+T_2)\,\big(-1+T_3^2\big)\,T_4+(-1+T_2)\,T_3^2\,T_4^2\Big)\Big)\Big/\Big(T_1^2\,T_2\,T_3^2\,(-1+T_2+T_3)^2\,T_4^2\Big),$$

$$\Big((-1+T_2)\,(T_2+T_3)\,\Big(T_1\,\big(-1+T_3^2\big)\,\big(T_2^2+T_2\,(-1+T_3)+T_3\,(-1+T_4)\big)\,T_4+T_3\,T_4^2+$$
$$T_1^2\,T_2\,\Big(1-(-1+T_2)\,\big(-1+T_3^2\big)\,T_4+(-1+T_2)\,T_3^2\,T_4^2\Big)\Big)\Big)\Big/\Big(T_1^2\,T_2^2\,T_3^2\,(-1+T_2+T_3)^2\,T_4^2\Big),$$

$$\Big((-1+T_2)\,\Big((-1+T_2)\,(T_2+T_3)\,\big(-1+T_3^2\big)\,T_4+T_1\,T_2\,\Big(1-(-1+T_2)\,\big(-1+T_3^2\big)\,T_4+T_2\,T_3^2\,T_4^2\Big)\Big)\Big)\Big/$$
$$\Big(T_1\,T_2^2\,T_3^2\,(-1+T_2+T_3)\,T_4^2\Big)\Big\},$$

$$\Big\{\frac{-1+T_3^2}{T_1\,T_2\,T_3\,(-1+T_2+T_3)},\ \Big((-1+T_3)\,\Big(T_3\,T_4^2+T_1\,T_3\,(1+T_3)\,T_4\,(T_2+(-1+T_3)\,T_4)+$$
$$T_1^2\,T_2\,\Big(1-(-1+T_2)\,\big(-1+T_3^2\big)\,T_4+(-1+T_2)\,T_3^2\,T_4^2\Big)\Big)\Big)\Big/\Big(T_1^2\,T_2\,T_3^2\,(-1+T_2+T_3)^2\,T_4^2\Big),$$

$$\Big(T_1\,T_3\,\big(-1+T_3^2\big)\,\big(T_2^2+T_2\,(-1+T_3)+T_3\,(-1+T_4)\big)\,T_4+T_3^2\,T_4^2+T_1^2\,(-1+T_2)\,(-1+T_3)$$
$$(T_2+T_3)\,\Big(1-(-1+T_2)\,\big(-1+T_3^2\big)\,T_4+(-1+T_2)\,T_3^2\,T_4^2\Big)\Big)\Big/\Big(T_1^2\,T_2^2\,T_3^2\,(-1+T_2+T_3)^2\,T_4^2\Big),$$

$$\Big((-1+T_2)\,(-1+T_3)\,\Big(T_3\,(1+T_3)\,T_4+T_1\,\Big(1-(-1+T_2)\,\big(-1+T_3^2\big)\,T_4+T_2\,T_3^2\,T_4^2\Big)\Big)\Big)\Big/$$
$$\Big(T_1\,T_2^2\,T_3^2\,(-1+T_2+T_3)\,T_4^2\Big)\Big\},$$

$$\Big\{0,\ \frac{(-1+T_4)\,\big(1+T_3^2\,T_4\big)}{T_3^2\,(-1+T_2+T_3)\,T_4^2},\ \frac{(-1+T_2)\,(T_2+T_3)\,(-1+T_4)\,\big(1+T_3^2\,T_4\big)}{T_2^2\,T_3^2\,(-1+T_2+T_3)\,T_4^2},$$
$$\frac{1+\big(-1+T_3^2\big)\,T_4+T_2\,(-1+T_4)\,\big(1+T_3^2\,T_4\big)}{T_2^2\,T_3^2\,T_4^2}\Big\}\Big\}$$

```
Xp[1, 2] ** Xp[1, 3] ** Xp[3, 1] // Γ // dS[1] // dS[2] // dS[3]
```

1	s_1	s_2	s_3
s_1	$1-T_1+T_1T_3$	$1-T_1$	$1-T_1$
s_2	0	T_1	0
s_3	$-T_1(-1+T_3)$	0	T_1
Σ	T_3	T_1	T_1

```
Xp[1, 2] ** Xp[1, 3] ** Xp[3, 1]  // Γ
```

1	s_1	s_2	s_3
s_1	T_3	$-(-1+T_1)T_3$	$-(-1+T_1)T_3$
s_2	0	T_1	0
s_3	$1-T_3$	$(-1+T_1)(-1+T_3)$	$1-T_3+T_1T_3$
Σ	T_3	T_1	T_1

```
(Xp[1, 2] ** Xp[1, 3] ** Xp[3, 1] // Γ // dS[1] // dS[2] // dS[3]) **
 (Xp[1, 2] ** Xp[1, 3] ** Xp[3, 1]  // Γ /. T_a_ ⇸ 1 / T_a)
```

$$\begin{pmatrix} 1 & s_1 & s_2 & s_3 \\ s_1 & T_3\left(1-T_1^2+T_1^2 T_3\right) & -(-1+T_1)(1+T_1)T_3 & -(-1+T_1)(1+T_1)T_3 \\ s_2 & 0 & T_1^2 & 0 \\ s_3 & -(-1+T_3)\left(1+T_1^2 T_3\right) & (-1+T_1)(1+T_1)(-1+T_3) & 1-T_3+T_1^2 T_3 \\ \Sigma & T_3^2 & T_1^2 & T_1^2 \end{pmatrix}$$

UnitarityOfGassnerV1.nb does the following chapter better!

```
ΓSimp = Simplify;
V // Γ
```

$$\begin{pmatrix} \frac{\left(\frac{-1+T_1}{\mathrm{Log}[T_1]}\right)^{1/4}\left(\frac{-1+T_2}{\mathrm{Log}[T_2]}\right)^{1/4}}{\left(\frac{-1+T_1 T_2}{\mathrm{Log}[T_1 T_2]}\right)^{1/4}} & s_1 & s_2 \\ s_1 & \frac{\mathrm{Log}[T_1]\left(1+\frac{\mathrm{Log}[T_2]\sqrt{\frac{(-1+T_1)T_1}{\mathrm{Log}[T_1]}}\sqrt{\frac{-1+T_2}{\mathrm{Log}[T_2]}}}{(-1+T_1)\sqrt{\frac{-1+T_1 T_2}{\mathrm{Log}[T_1 T_2]}}}\right)}{\mathrm{Log}[T_1 T_2]} & \frac{\mathrm{Log}[T_1]\left(1-\frac{\sqrt{\frac{(-1+T_1)T_1}{\mathrm{Log}[T_1]}}\,T_2}{\sqrt{\frac{-1+T_2}{\mathrm{Log}[T_2]}}\sqrt{\frac{-1+T_1 T_2}{\mathrm{Log}[T_1 T_2]}}}\right)}{\mathrm{Log}[T_1 T_2]} \\ s_2 & \frac{\mathrm{Log}[T_2]\left(1-\frac{T_1\sqrt{\frac{-1+T_2}{\mathrm{Log}[T_2]}}}{\sqrt{\frac{(-1+T_1)T_1}{\mathrm{Log}[T_1]}}\sqrt{\frac{-1+T_1 T_2}{\mathrm{Log}[T_1 T_2]}}}\right)}{\mathrm{Log}[T_1 T_2]} & \frac{\mathrm{Log}[T_2]\left(1+\frac{\mathrm{Log}[T_1]\sqrt{\frac{(-1+T_1)T_1}{\mathrm{Log}[T_1]}}\,T_2}{\mathrm{Log}[T_2]\sqrt{\frac{-1+T_2}{\mathrm{Log}[T_2]}}\sqrt{\frac{-1+T_1 T_2}{\mathrm{Log}[T_1 T_2]}}}\right)}{\mathrm{Log}[T_1 T_2]} \\ \Sigma & 1 & \sqrt{T_1} \end{pmatrix}$$

```
t1 = (V // Γ // dσ[1 → 2, 2 → 1]) ** (Vi // Γ)
```

$$\begin{pmatrix} 1 & s_1 & \cdots \\ s_1 & \frac{(\mathrm{Log}[T_1]+\mathrm{Log}[T_2])\left(\mathrm{Log}[T_1]\left(\frac{-1+T_1}{\mathrm{Log}[T_1]}\right)^{3/2}T_2+\mathrm{Log}[T_2]\sqrt{\frac{-1+T_1}{\mathrm{Log}[T_1]\,T_1}}\,T_1\sqrt{\frac{-1+T_2}{\mathrm{Log}[T_2]}}\sqrt{\frac{(-1+T_2)T_2}{\mathrm{Log}[T_2]}}\right)}{\mathrm{Log}[T_1 T_2]\sqrt{\frac{-1+T_1}{\mathrm{Log}[T_1]}}(-1+T_1 T_2)} & -\frac{(\mathrm{Log}[T_1]+\mathrm{Log}[T_2])\,T_2\left(\mathrm{Log}[T_1]\cdots\right.}{\mathrm{Lc}\cdots} \\ s_2 & -\frac{(\mathrm{Log}[T_1]+\mathrm{Log}[T_2])\left(\sqrt{\frac{-1+T_1}{\mathrm{Log}[T_1]}}-\sqrt{\frac{-1+T_1}{\mathrm{Log}[T_1]}}\,T_2+\mathrm{Log}[T_2]\sqrt{\frac{-1+T_1}{\mathrm{Log}[T_1]\,T_1}}\,T_1\sqrt{\frac{-1+T_2}{\mathrm{Log}[T_2]}}\sqrt{\frac{(-1+T_2)T_2}{\mathrm{Log}[T_2]}}\right)}{\mathrm{Log}[T_1 T_2]\sqrt{\frac{-1+T_1}{\mathrm{Log}[T_1]}}(-1+T_1 T_2)} & \frac{(\mathrm{Log}[T_1]+\mathrm{Log}[T_2])\left(-\sqrt{\frac{(-1+T_2)T_2}{\mathrm{Log}[T_2]}}\cdots\right.}{\mathrm{Log}\cdots} \\ \Sigma & \sqrt{T_2} & \cdots \end{pmatrix}$$

```
t2 = t1 // ΓCollect[Assuming[T₁ > 1 && T₂ > 1, # // FullSimplify] &]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & s_1 & s_2 \\ s_1 & \frac{(-1+T_1)T_2-\sqrt{T_1 T_2}+\sqrt{T_1 T_2^3}}{-1+T_1 T_2} & \frac{(-1+T_1)\sqrt{T_2}}{\sqrt{T_1}+T_1\sqrt{T_2}} \\ s_2 & \frac{1-T_2}{1+\sqrt{T_1 T_2}} & \frac{(-1+T_1)T_2-\sqrt{T_1 T_2}+\sqrt{T_1 T_2^3}}{\sqrt{T_1 T_2}(-1+T_1 T_2)} \\ \Sigma & \sqrt{T_2} & \frac{1}{\sqrt{T_1}} \end{pmatrix}$$

```
(Xp[1, 2] // Γ)[A] // Eigensystem
```

$\{\{1, T_1\}, \{\{1, 0\}, \{-1, 1\}\}\}$

```
ΓSimp = Assuming[T1 > 1 && T2 > 1, # // FullSimplify] &;
t2 ** (Xp[1, 2] // Γ) ** (t2^-1 // dσ[1 → 2, 2 → 1])
```

$$\begin{pmatrix} 1 & s_1 & s_2 \\ s_1 & T_2 & 0 \\ s_2 & 1-T_2 & \frac{2\sqrt{T_1 T_2^3}+T_2\left(1+T_1 T_2\left(-1-4\sqrt{T_1 T_2}+T_1 T_2\left(-1+T_1 T_2+2\sqrt{T_1 T_2}\right)\right)\right)}{T_2\,(-1+T_1 T_2)^2\left(1+\sqrt{T_1 T_2}\right)^2} \\ \Sigma & T_2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(2\sqrt{T_1 T_2^3}+T_2\left(1+T_1 T_2\left(-1-4\sqrt{T_1 T_2}+T_1 T_2\left(-1+T_1 T_2+2\sqrt{T_1 T_2}\right)\right)\right)\right) \Big/ \left(T_2\,(-1+T_1 T_2)^2\left(1+\sqrt{T_1 T_2}\right)^2\right) \text{ // PowerExpand // Simplify}$$

1

```
Xp[2, 1] // Γ
```

$$\begin{pmatrix} 1 & s_1 & s_2 \\ s_1 & T_2 & 0 \\ s_2 & 1-T_2 & 1 \\ \Sigma & T_2 & 1 \end{pmatrix}$$

```
tt0 = (V // A // dσ[1 → 2, 2 → 3]) ** (V // A // dΔ[2, 2, 3])
```

$$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}\left(\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_1}{2}\right]}{c_1}\right)^{1/4}\left(\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_2}{2}\right]}{c_2}\right)^{1/4}\left(\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_3}{2}\right]}{c_3}\right)^{1/4}}{\left(\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{2}(c_1+c_2+c_3)\right]}{c_1+c_2+c_3}\right)^{1/4}} & h[1] \\ t[1] & \frac{-\sqrt{2}\,c_2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{2}(c_2+c_3)\right]}{c_2+c_3}}-\sqrt{2}\,c_3\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{2}(c_2+c_3)\right]}{c_2+c_3}}+2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_1}{2}\right]}{c_1}}\,c_2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{2}(c_1+c_2+c_3)\right]}{c_1+c_2+c_3}}+2\sqrt{\cdots}}{2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_1}{2}\right]}{c_1}}\,c_1^2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{2}(c_1+c_2+c_3)\right]}{c_1+c_2+c_3}}+2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_1}{2}\right]}{c_1}}\,c_1 c_2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{2}(c_1+c_2+c_3)\right]}{c_1+c_2+c_3}}+2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_1}{2}\right]}{c_1}\cdots}} \\ t[2] & \frac{\sqrt{2}\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{2}(c_2+c_3)\right]}{c_2+c_3}}-2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_1}{2}\right]}{c_1}}\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{2}(c_1+c_2+c_3)\right]}{c_1+c_2+c_3}}}{2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_1}{2}\right]}{c_1}}\,c_1\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{2}(c_1+c_2+c_3)\right]}{c_1+c_2+c_3}}+2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_1}{2}\right]}{c_1}}\,c_2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{2}(c_1+c_2+c_3)\right]}{c_1+c_2+c_3}}+2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_1}{2}\right]}{c_1}\cdots}} \\ t[3] & \frac{\sqrt{2}\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{2}(c_2+c_3)\right]}{c_2+c_3}}-2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_1}{2}\right]}{c_1}}\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{2}(c_1+c_2+c_3)\right]}{c_1+c_2+c_3}}}{2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_1}{2}\right]}{c_1}}\,c_1\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{2}(c_1+c_2+c_3)\right]}{c_1+c_2+c_3}}+2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_1}{2}\right]}{c_1}}\,c_2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{2}(c_1+c_2+c_3)\right]}{c_1+c_2+c_3}}+2\sqrt{\frac{\mathrm{Sinh}\left[\frac{c_1}{2}\right]}{c_1}\cdots}} \end{pmatrix}$$

tt1 = (**tt0** // **Γ**) /. $\left\{\text{Sinh}[x\_] :\to \frac{e^x - e^{-x}}{2},\ \text{Csch}[x\_] :\to \frac{2}{e^x - e^{-x}}\right\}$ //
ΓCollect[**Assuming**[$T_1 > 1$ && $T_2 > 1$, # // **FullSimplify**] &]

$$\begin{pmatrix}
\frac{\left(\frac{(-1+T_1)(-1+T_2)(-1+T_3)}{\text{Log}[T_1]\,\text{Log}[T_2]\,\text{Log}[T_3]\sqrt{T_3}}\right)^{1/4}}{\left(\frac{-1+T_1 T_2 T_3}{\text{Log}[T_1 T_2 T_3]\sqrt{T_3}}\right)^{1/4}} & s_1 & \\
s_1 & \frac{\text{Log}[T_2 T_3]\sqrt{\frac{\sqrt{T_2 T_3}\,(-1+T_2 T_3)}{\text{Log}[T_2 T_3]\,T_2 T_3}} + \text{Log}[T_1]\sqrt{\frac{(-1+T_1)\sqrt{T_2 T_3}\,(-1+T_1 T_2 T_3)}{\text{Log}[T_1]\,\text{Log}[T_1 T_2 T_3]\,T_1 T_2 T_3}}}{\text{Log}[T_1 T_2 T_3]\sqrt{\frac{(-1+T_1)\sqrt{T_2 T_3}\,(-1+T_1 T_2 T_3)}{\text{Log}[T_1]\,\text{Log}[T_1 T_2 T_3]\,T_1 T_2 T_3}}} & \\
s_2 & \frac{\text{Log}[T_2]\left(-\sqrt{\frac{\sqrt{T_2 T_3}\,(-1+T_2 T_3)}{\text{Log}[T_2 T_3]\,T_2 T_3}} + \sqrt{\frac{(-1+T_1)\sqrt{T_2 T_3}\,(-1+T_1 T_2 T_3)}{\text{Log}[T_1]\,\text{Log}[T_1 T_2 T_3]\,T_1 T_2 T_3}}\right)}{\text{Log}[T_1 T_2 T_3]\sqrt{\frac{(-1+T_1)\sqrt{T_2 T_3}\,(-1+T_1 T_2 T_3)}{\text{Log}[T_1]\,\text{Log}[T_1 T_2 T_3]\,T_1 T_2 T_3}}} & \frac{-\text{Log}[T_3]\,\text{Log}[T_1 T_2 T_3]\sqrt{\frac{T_1(-1+T_3)}{\text{Log}[T_3]\sqrt{T_3}}} \ldots}{\ldots} \\
s_3 & \frac{\text{Log}[T_3]\left(-\sqrt{\frac{\sqrt{T_2 T_3}\,(-1+T_2 T_3)}{\text{Log}[T_2 T_3]\,T_2 T_3}} + \sqrt{\frac{(-1+T_1)\sqrt{T_2 T_3}\,(-1+T_1 T_2 T_3)}{\text{Log}[T_1]\,\text{Log}[T_1 T_2 T_3]\,T_1 T_2 T_3}}\right)}{\text{Log}[T_1 T_2 T_3]\sqrt{\frac{(-1+T_1)\sqrt{T_2 T_3}\,(-1+T_1 T_2 T_3)}{\text{Log}[T_1]\,\text{Log}[T_1 T_2 T_3]\,T_1 T_2 T_3}}} & -\frac{\text{Log}[T_3]\left(-\text{Log}[T_1 \ldots\right.}{\ldots} \\
\Sigma & 1 &
\end{pmatrix}$$

tt2 = (**tt1** // **dσ**[1 → 3, 3 → 1]) ** $\textbf{tt1}^{-1}$

$Aborted[]